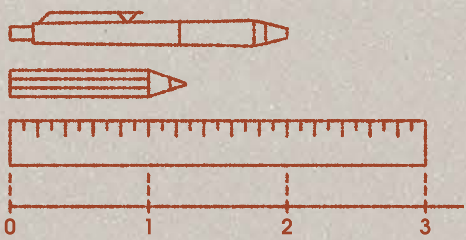
MATHEMATICS

いまさら聞けない!? 初歩の初歩

割合指導のABC



本資料は、一般社団法人教科書協会「教科書発行者行動規範」に則り、配布を許可されているものです。

未来をになう子どもたちへ
日本文教出版

目　次

A 割合って？

割合につながる経験

現行の学習指導要領より、「簡単な割合」を４年、「割合」を５年で学習することになり、割合に関する学習の機会が増えています。子どもにとっては意味理解が容易ではない「割合」ですが、日常生活においてはさまざまな場面で割合に関する言葉や概念が使われています。

1 日常生活における割合

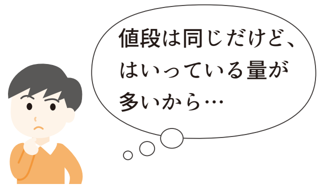
子どもたちは日常的に「割」や「%」という文字を目にしています。２割引や10%増量はお得なこと、バッテリー残量５%は残りわずかなことなど、生活経験の中で無意識に割合に関する言葉にも触れています。

割合を学習する前の子どもたちの多くは、２割引や10%増量がお得であることを感覚的にとらえています。２割引は「引く」から安くなり、10%増量は「増える」からお得であると、「引」や「増」の文字をたよりにイメージしている子どもたちも少なくありません。

子どもたちにとって値札の「引」や「OFF」はお得を実感できるマークのようなものです。いずれも提示された商品の値段より安い代金になるため、目に見える形でお得を実感することができます。

２割引より５割引の方が値段は安くなってお得になることを、子どもたちは経験的に知っています。当然ですが、学習前の子どもたちは同じ商品（値段は同じ）についている２割引後や20% OFF後の値段を計算することはできません。２（割引）よりも５（割引）の方がお得だから、２（割引）よりも20（% OFF）の方がお得になるのではないか。そのように考える子どもたちがいることもうなずけます。

一方、「増量」は「同じ値段でたくさんはいっている」ことがお得になります。これは、一方（値段）をそろえてもう一つの量（内容量）を比較する姿です。



また、「このミルク紅茶はミルク（の割合）が多くてまろやかだ」「私が持っているＴシャツは、白（の割合）が多い」などの表現は、量や枚数の差だけではなく、紅茶に対するミルクの割合、他色に対する白の割合として事象を表現しているといえます。

子どもたちは「割」や「%」という言葉が含まれなくても、割合の意味を含む場面に出合い、割合に関する言語表現に多く触れているのです。

指導のポイント 1

子どもたちが生活経験において得た「感覚的な割合」を、算数科の学習として取り上げます。割合の意味理解と子どもたちの生活経験がつながることが大切です。そのために、何と何を比べているか、どちらが基準量でどちらが比較量か、基準量と比較量の大小関係や倍関係などの関係理解ができているかなど、子どもたちの理解をていねいに見ていきます。

2 割合の基礎となる遊びや生活

幼児期の子どもは遊びや生活の中で、いろいろなものの大きさ比べをしています。

自分たちが育てたサツマイモの大きさや重さ、つるの長さ、草花から作った色水の濃さや量、積んだ箱の高さ、拾ったどんぐりの数など、比べるものは数や量などさまざまです。

自分のサツマイモが大きいことを伝えたいために「私のサツマイモの方が大きい」と表現する子どもがいます。この表現に基準量はありませんが、誰かのサツマイモと大きさ比べをしています。何を基準として何を比較しているかは無意識ですが「私のサツマイモの方が先生のサツマイモより大きいよ」と表現できる子どももいます。

子どもたちがまず伝えたいことは、自分のサツマイモが大きいことです。その後、基準となる先生のサツマイモと比べることで「大きい」ことを強調できるようになります。

「私は２つ、妹は１つ。私はお姉ちゃんだから多いよ」「私のつるの方が先生の（つる）より長いよ」は差による比較をする姿です。この表現に差を表す「どれだけ」はありません。発達段階を考慮すると「どれだけ」の表現は次のステップになります。けれども、どれだけ多い（長い）かたずねると、指を使って「１つ」「ちょっと長い」「これだけ長い」などと表現することもできます。

また、幼児は足の大きさなど、自分の体をものさしとして、自分と何かを比べる経験もしています。大人用のスリッパを履いて「（自分が履くと）このスリッパはブカブカだ」と表現したり、博物館にある恐竜を見て「（自分の体と比べると）こんなに大きかったよ」と話してくれたりします。

また、自分が作った雪玉の大きさを「サッカーボールと同じぐらいだ」と他の物と比較することもあります。「私と○○ちゃんは同じぐらいの背（の高さ）だよ」「うさぎさんにこれと同じぐらい（量）のえさをあげてね」と話すなど、子どもたちが「同じぐらい」と表現する姿も多く見られます。「同じぐらい」は「同じ」とは異なります。「同じ」はぴったり１倍ですが、「同じぐらい」は誤差を含んでいます。雪玉をサッカーボールと同じぐらいと表現した子どもが、サッカーボールに対してどの程度の誤差を含んで「同じぐらい」と表現したかはわかりませんが、サッカーボールの２倍の大きさを「同じぐらい」と表現することはないでしょう。子どもたちは、サッカーボールの大きさを基準として、自分の雪玉の大きさを考えています。このように、幼児期の子どもたちは遊びや生活の中で割合の基礎となる経験をしています。

指導のポイント 2

幼児期の子どもは割合の基礎となるような比較を経験しています。その経験が割合の学習につながるよう、意味づけ・価値づけしたり、何を基準としたかをたずねたりすることにより、無意識の学びを自覚化できるようにすることが大切です。

4年 整数で表す割合 ～簡単な割合～

全国学力・学習状況調査などの各種の調査では、割合の理解に関するさまざまな課題が指摘されています。こうした状況をふまえ、平成29年（2017年）告示の算数科学習指導要領では、４年において、「簡単な場合についての割合」が新たに位置づけられました。「割合」という用語も初めて導入される４年の指導では、以下の諸点をふまえることが重要になります。

1 割合の必要性や意義の感得

「割合」とは、一般には、「もとにする大きさ（基準量）を１としたとき、比べるもの（比較量）の相対的な大きさを表す数」を意味します。４年で扱う「簡単な場合についての割合」とは、基準量を１とみたときに、比較量が２倍、３倍、４倍などの整数で表される場合について、ある２つの数量Ａ、Ｂの関係と別の２つの数量Ｃ、Ｄの関係とを比べる場合を指しています。

一般に、２つの数量の比べ方には、「差による比べ方」と「割合による比べ方」があります。「ある２つの数量Ａ、Ｂの関係と別の２つの数量Ｃ、Ｄの関係」を「割合で比べる」とは、まず、割合あるいは倍の見方によって、「Ａ、Ｂの関係」と「Ｃ、Ｄの関係」をそれぞれ把握し、その上で、それらの関係どうしを比べることを意味します。

「差による比べ方」と「割合による比べ方」について、次のような２種類のゴムの伸び具合（どちらがよく伸びるか）を考える場面を通して具体的に示してみたいと思います。

	もとの長さ（cm）	伸ばした長さ（cm）
アのゴム	20	60
イのゴム	40	80

いま、「もとの長さ」と「伸ばした長さ」の「差」に着目したときには、どちらのゴムも40cm伸びており、伸びた長さは同じです。しかし、ゴムはもとの長さが異なっても同じ割合で伸びる素材ですから、伸び具合を差で比べる方法は適していません。このことは、２種類のゴムの長さを極端にしてみることで確かめられます。一方、「伸ばした長さ」と「もとの長さ」の割合を比べると、「アのゴム」は３倍、「イのゴム」は２倍に伸びていることになり、「アのゴム」の方がよりよく伸びているといえます。つまり、割合による比べ方は、ゴムの伸び具合を比べる場面のように、基準量と比較量の間に比例関係が成立し、かつ、基準量がそれぞれ異なっているような「２つの数量の関係と別の２つの数量の関係」とを比べる場合に特に有用となる比べ方です。

こうした「割合による比べ方」の必要性や意義を子どもたちにぜひ実感させたいものです。

指導のポイント 1

「簡単な場合についての割合」の指導では、「２つの数量の関係と別の２つの数量の関係」とを比べる場合において、「差による比べ方」と対比させることによって、「割合による比べ方」の必要性や意義を実感させることが大切です。

2 指導上の留意点

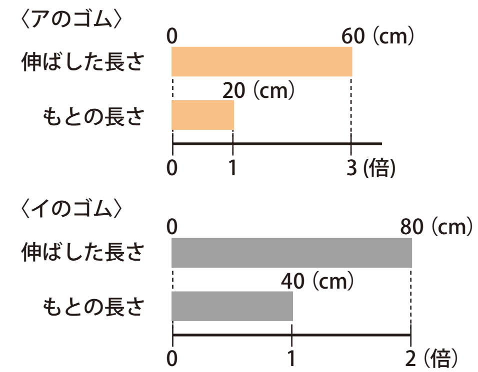
（1）基準量を１とみる見方の定着

割合の理解においては、基準量を１とみたときに、比較量がどれだけにあたるのかという見方が不可欠になります。つまり、「24cmは４cmの６倍」であることを「４cmを１とみたとき、24cmは６にあたる」ととらえることができるようにすることが必要になります。一方で、同じ24cmであっても、８cmを１とみれば、24cmは３にあたります。このように、１にあたる基準量のとり方が変われば、基準量に対する比較量の相対的な大きさも変わることを十分に理解させることが大切です。

前述のように、「割合による比べ方」の特徴やよさは、基準量が異なる場合であっても、２つの数量の関係を「倍」によって把握し、ある２つの数量の関係と別の２つの数量の関係とを相対的に比べることができることにあります。基準量を１とみる見方は、こうした「割合による比べ方」の特徴やよさを理解する際の基盤になるものです。

（2）図や表、数直線などの多様な表現による問題場面の視覚化

割合に関する問題解決では、問題場面における基準量や比較量、割合の相互関係を正しくとらえることが求められます。そのためには、以下のような図をはじめ、表や数直線などの多様な表現を利用しながら、基準量や比較量、割合の相互関係を視覚化することが有効です。



例えば、図に表す際には、基準量を同じ色でいつも表現することによって、基準量を意識させるくふうを図ることも考えられます。

（3）素地的な学習の充実を図ること

子どもたちは、「簡単な場合についての割合」につながるさまざまな素地的内容を学習してきています。例えば、３年では、「6cmのテープは2cmのテープの何倍ですか」といったように、「倍」の視点から、ある量と別の量との関係をとらえ、表現することを学習しています。また、任意単位や普遍単位による測定では、単位の何倍かによって量を数値化することを学習しています。「簡単な場合についての割合」の学習に向けて、低学年から、こうした素地的学習の充実を図ることも重要です。

指導のポイント 2

「簡単な場合についての割合」の指導では、次のことがポイントになります。

- **「基準量を１とみる見方」の定着を図ること。**
- **図や表、数直線などの多様な表現によって、問題場面における基準量や比較量、割合の相互関係を視覚化すること。**
- **既習内容との関連を図ること。**

5年 小数で表す割合

4年の「簡単な場合についての割合」の学習をふまえ、5年では、割合が小数で表される場合にまで考察の対象を広げ、ある2つの数量と別の2つの数量の関係を比べる場合に、割合を用いる場合があることの理解を深めることになります。5年の割合の指導にあたっては、以下の諸点をふまえることが重要になります。

1 割合が小数で表される場合の比較に考察の対象を広げること

5年では、次の表に示すようなバスケットボールのシュートの記録をもとに、「シュートのうまさ」に関する問題場面などを取り上げることによって、小数で表された割合で比べる場合について理解させることになります。

	シュートした回数(回)	はいった回数(回)
Aさん	16	10
Bさん	16	9
Cさん	12	9

この問題場面に関する指導では、次の2点が重要になります。

第一は、「そろえる考え」との対比を通じて、2つの数量の関係を割合で比べることのよさを子どもたちに実感させることです。AさんとBさんについては、シュートした回数が同じです。そのため、はいった回数が多いAさんの方がうまいといえます。また、BさんとCさんについては、はいった回数が同じであるため、シュートした回数が少ないCさんの方がうまいといえます。

これらのことを確認した上で、シュートした回数もはいった回数も異なるAさんとCさんの「うまさ」の比べ方の1つとして、シュートした回数（全体）をもとにしたはいった回数（部分）の割合による比べ方があることを取り上げます。もちろん、上述のように、シュートした回数あるいははいった回数のどちらかを「そろえる」考えによっても、うまさを比べることができます。しかし、比べる人数が多くなると、シュートした回数あるいははいった回数の数値をそろえることは面倒になり、基準量を1として割合で比べる方が、一般的にはわかりやすく便利になります。

第二は、割合で表された数の意味を十分に理解させることです。例えば、Cさんの場合、シュートした回数をもとにしたはいった回数の割合は0.75になります。0.75の割合ではいる「うまさ」というのは、2つの数量の間の比例の関係を前提として、12回中9回はいるとともに、24回中18回はいる、36回中27回はいることなども意味しており、それらを同じ関係としてとらえることが重要です。

指導のポイント 1

5年の割合の学習では、「全体」と「部分」の大きさの関係どうしを比べる場合などにおいて、割合が小数で表される場合があることを理解させます。その際には、割合で比べることのよさや割合で表された数の意味を十分に理解させることが重要です。

2 指導上の留意点

（1）割合が小数で表されるさまざまな場面を取り上げること

前述の問題場面では、「シュートした回数」と「はいった回数」という「全体と部分」の関係に着目して、「シュートのうまさ」を割合で比べました。その他にも、「はいった回数」と「はいらなかった回数」という「部分と部分」の関係に着目し、割合で比べることも考えられます。

一方、次のように、定員（基準量）をもとにした希望者（比較量）の割合によって「希望者の多さ」を比べることもあります。

クラブ名	定員（人）	希望者（人）
サッカー	35	56
合唱	30	45
調理	20	18

この場合、基準量と比較量の間に、「全体と部分」あるいは「部分と部分」といった明確な関係があるわけではないものの、こうした場合にも、2つの数量の関係どうしを割合で比べることが有用になります。

以上のように、実際の指導では、割合に関する多様な場合を取り上げつつ、図などによって、基準量、比較量、割合やそれらの関係を正しくとらえることができるようにすることが重要です。また、基準量と比較量の大小関係によって、次のような関係が成立することを理解させることも重要です。

比較量＞基準量 ➡ 割合＞1
比較量＝基準量 ➡ 割合＝1
比較量＜基準量 ➡ 割合＜1

（2）小数倍の意味の理解を図ること

平成20年度の全国学力・学習状況調査のA問題4（2）では、「青色のテープの長さ（6m）が黄色のテープの長さ（12m）の何倍か」を問う問題が出題されており、その正答率は55.7％にとどまっています。また、典型的誤答は「12÷6」で誤答率は24.0％となっています。こうした結果をみると、基準量と比較量を正しくとらえることができない実態や、わり算の式はいつも「大÷小」になると考えている実態が推察されます。

「シュートのうまさ」に関する問題場面のように、5年の割合の学習では、ある2つの数量A、Bの関係と別の2つの数量C、Dの関係を比べる場合に、「AとBの関係」あるいは「CとDの関係」が小数倍で表されている場合を扱うことになります。上述のような子どもの実態をふまえると、割合の単元の学習にあたっては、その基盤になっている「小数倍」の意味理解を十分に図っておくことが求められます。上述の問題場面でいえば、図などと対応させながら、青色のテープの長さが黄色のテープの長さの0.5倍であることの意味を十分に理解させておくことが重要です。

指導のポイント 2

5年の割合の学習では、割合が小数で表されるようなさまざまな場合を取り上げながら、割合の意味やその求め方の理解を図ることが重要です。その前提として、小数で表された「倍」の意味の理解を十分に図っておくことも重要です。

3~6年 割合の3用法

算数科では、乗除の学習とも関連づけながら、基準量、比較量、割合の相互関係を「割合の３用法」として一体的に理解させることになります。その指導にあたっては、以下のようなポイントや理解の困難性の要因などをふまえることが重要になります。

1 割合の３用法

いま、２つの数量Ａ、Ｂがあり、基準量をＡ、比較量をＢ、割合をＰとしたとき、一般に、次の３つを「割合の３用法」（以下、３用法）といいます。各用法では、Ａ、Ｂ、Ｐのいずれか２つが与えられており、残りの１つを求めることになります。

（第１用法）Ｐ＝Ｂ÷Ａ

（例）青いテープの長さは 15cm で、赤いテープの長さは６cm です。青いテープの長さは、赤いテープの長さの何倍ですか。

（第２用法）Ｂ＝Ａ×Ｐ

（例）赤いテープの長さは６cm です。青いテープの長さは、赤いテープの長さの 2.5 倍です。青いテープの長さは何 cm ですか。

（第３用法）Ａ＝Ｂ÷Ｐ

（例）青いテープの長さは 15cm です。青いテープの長さは、赤いテープの長さの 2.5 倍です。赤いテープの長さは何 cm ですか。

３用法の指導にあたっては、基本的なこととして、次の２点が重要になります。

第一は、３用法のいずれに該当するかを適切に判断するためにも、図や表、数直線などによって問題場面の構造を視覚化しながら、文章題から基準量、比較量、割合を正しくとらえたり、既知と未知を正確にとらえたりできるように指導することです。

第二は、３用法のいずれに該当するかを判断するためにも、基準量、比較量、割合の関係を視点としながら、３用法を別々のものとしてとらえるのではなく、３用法を一体的に理解できるように指導することです。

３用法のうち、基準量を求める第３用法の理解が特に難しいといわれています。支援策の１つとしては、かけ算の式になる第２用法を媒介とした立式が考えられます。

具体的には、前述の第３用法の文章題の場合、赤いテープの長さを□ cm とした上で、まず、「□ × 2.5 ＝ 15」と立式し、この式をもとに「□＝ 15 ÷ 2.5」とし、「□＝６」と求める考え方です。これは第２用法を媒介とした考え方のため、最終的には、第３用法それ自体の理解を図る必要があるものの、学習の初期では、第３用法の理解のための契機になるように思います。

指導のポイント 1

「割合の３用法」の指導にあたっては、図や表、数直線などによって問題場面の構造を視覚化し、基準量、比較量、割合を正しくとらえたり、既知と未知を正確にとらえたりできるように指導することが重要です。また、３用法を別々のものとしてとらえるのではなく、それらを一体的に理解させることが重要です。

2 指導上の留意点

（１）文章題に含まれるさまざまな属性に配慮した指導をくふうすること

３用法に関する文章題の解決が困難である背景としては、次のようなさまざまな要因が考えられます。

①割合に関する多様な表現
②文章題の表現
③数値の影響

①について、割合には、例えば、「Ａをもとにしたβの割合」や、「Ｃの□倍がＤ」などのように多様な表現があります。このことが、基準量、比較量、割合の相互関係をとらえにくくしています。また、②については、先述の第３用法の文章題の場合、「青いテープの長さは、赤いテープの長さの 2.5 倍です」（青＝赤× 2.5）という表現よりも、「赤いテープの 2.5 倍が青いテープです」（赤× 2.5 ＝青）という表現の方が、「○×△＝□」という見慣れたかけ算の式表現につながりやすいという点において、一般的にはわかりやすいと考えられます。このように、学習の初期においては、文章題における主語と述語の表現が変化するだけでも、数量の関係がとらえにくくなる場合があります。さらに、③については、文章題に含まれる数自体が、整数ではなく、小数や分数になれば、同じ問題構造であっても、一般には立式や解決がより難しくなります。

３用法の理解を確かなものにするためには、こうした理解の困難性の要因も十分にふまえた上で、文章題に含まれている基準量、比較量、割合を図や数直線などに表しながら、それらの相互関係を的確にとらえることができるよう、ていねいに指導していくことが求められます。

（２）百分率や歩合の理解との関連に配慮した指導をくふうすること

３用法に関する文章題には、割合が百分率や歩合で示されている場合もあります。こうした場合にも、割合を表す１が、百分率では 100％に対応し、歩合では 10 割に対応することなどを確実におさえた上で、３用法を活用できるように指導することが重要です。

また、例えば、「もとの値段が 800 円の商品を 30％引きで買いました。代金はいくらですか。」のように、日常生活とも深くかかわる文章題の解決力を育成することも求められます。この文章題の指導については、図との対応を図りながら、「30％引き」の意味を確認した上で、「もとの値段（800 円）」をもとにした「値引きされた代金」の割合は「１－ 0.3」、つまり 0.7 になることの理解を図ることがポイントになります。

指導のポイント 2

「割合の３用法」の指導にあたっては、割合に関する多様な表現や、文章題の表現、数値の影響などといった困難性の要因をふまえながら指導することが重要です。また、割合が百分率や歩合で示されている場合には、割合を表す１が 100％や 10 割に対応していることなどをおさえた上で、３用法を活用できるように指導することがポイントになります。

全国学力・学習状況調査

平成19年度（2007年）から実施されている全国学力・学習状況調査において、「倍」や「割合」に関する問題が、ほぼ毎年出題されています。ここでは、とりわけ正答率が低かった問題を紹介します。

［ア］は、小数の除法の意味に関する問題です。

（1）は「２本のテープの関係を正しく表している図を４つの選択肢から選ぶ」問題ですが、正しい選択肢［4］を選ぶことができた児童は34.3%でした。一方、選択肢［3］を選んだ児童は50.9%おり、場面と図を関連づけて、２つの数量の関係を理解することに課題があることが明らかになりました。

（2）は「白いテープの長さを求める式をかく」問題ですが、120 ÷ 0.6など正しく式をかけた児童は40.3%でした。一方、120 × 0.6と式をかいた児童は48.6%おり、１にあたる大きさを求めるために、除法が用いられることを理解することに課題があることが明らかになりました。

［イ］は、割合に関する問題です。「示された情報から基準量を求める問題ととらえ、比較量と割合から基準量を求める」問題ですが、480 ÷ 1.2と式をかき、400mLと答えられた児童は13.4%でした。480 × 0.8と式をかいた児童は27.6%、480 ÷ 0.2や480 × 0.2などと式をかいた児童は36.4%おり、増量前後の数量関係が把握できておらず、割合の意味を理解することに課題があることが明らかになりました。

なお、全国学力・学習状況調査を使った指導アイデアについては、52ページ以降に紹介しています。

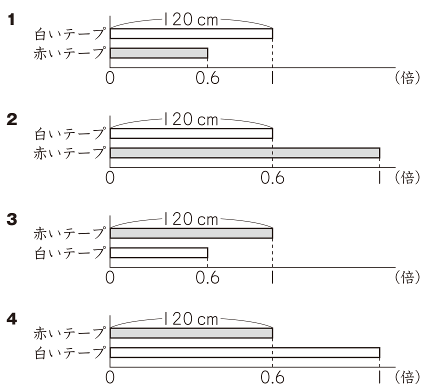
▼［ア］平成24年度全国学力・学習状況調査　小学校算数A3

3

赤いテープと白いテープの長さについて，次のことがわかっています。

赤いテープの長さは120 cmです。
赤いテープの長さは，白いテープの長さの0.6倍です。

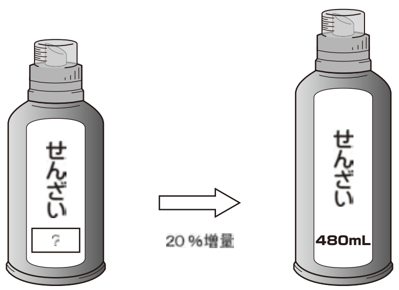
(1)　赤いテープと白いテープの長さの関係を正しく表している図はどれですか。
次の **1** から **4** までの中から１つ選んで，その番号を書きましょう。



(2)　白いテープの長さを求める式を書きましょう。
ただし，計算の答えを書く必要はありません。

▼［イ］平成27年度全国学力・学習状況調査　小学校算数B2（2）

(2)　次に，せんざいを買います。家で使っているせんざいが，20％増量して売られていました。増量後のせんざいの量は480 mLです。
増量前のせんざいの量は何mLですか。求める式と答えを書きましょう。



B 算数の指導内容と割合

2年でかけ算が導入され、その意味として「倍」を学習します。

1 かけ算の意味と割合

かけ算は、同じ数を何回も加えるたし算（累加）の場面として提示され、

1つ分の大きさ × いくつ分 ＝ いくつ分かにあたる大きさ

という意味であると指導されます。つまり、かけ算で表すことができる場面は、同じ数のまとまりがいくつかある場面（①）だということに、子どもが気づくことが必要です。その際には、異なる数のまとまりがいくつかある場面（②）と比較して考えることが有効です。

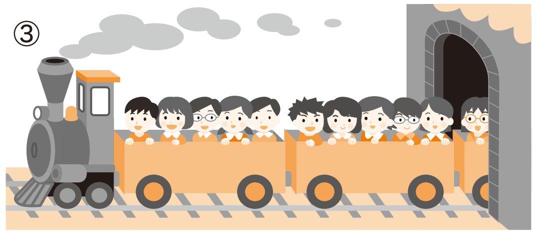
①


②


さらに、「いくつ分」を「倍」と言い換えられることから、かけ算の意味は、

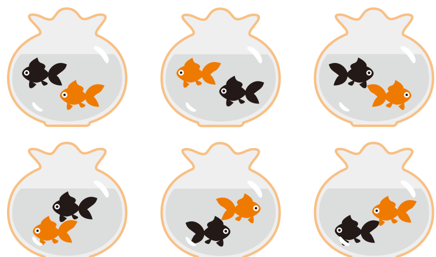
1つ分の大きさ × 倍 ＝ 1つ分の大きさの何倍かにあたる大きさ

となります。したがって、かけ算は「1つ分の大きさの何倍かにあたる大きさかを求める」という意味であると指導されます。つまり、かけ算は、割合が整数の場合の第2用法であるといえます。これらのことから、かけ算の理解は、割合の学習の素地として、大切な学習内容です。そこで、①のようにかける数もかけられる数もはっきりとわかる場面だけでなく、③のように、全体の数がよみ取れない場面を提示し、「3両目も5人乗っていたら、かけ算になる」「4両続いたら5×4で表せる」などと話し合う活動を取り入れることも有効です。

③


2 1年の学習との関連

かけ算の学習以前も、数をまとまりでとらえる学習を行っています。例えば、1年では、2とびや5とびで数えたり（④）、10のまとまりで数をとらえたり、同じ数ずつ分けたりする学習を行います。

④


これらの学習とかけ算の学習との違いとして、かけ算では、「同じ数のまとまり」の個数に意識を向けることが挙げられます。「同じ数のまとまり」の個数とは、かけ算における「いくつ分」のことであり、つまり「倍」のことです。したがって、1年では「同じ数のまとまり」で数をとらえる学習を行い、2年のかけ算の学習では「同じ数のまとまりがいくつあるか」に着目する学習を行うことによって、少しずつ割合の学習で必要な見方・考え方を育てていくことになります。

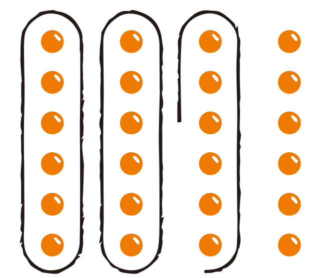
3 かけ算の意味理解を深め、割合につなげる

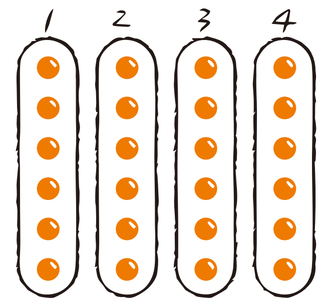
かけ算の意味理解が、割合の学習の素地として重要であるにもかかわらず、かけ算九九を覚えることや、かけ算で答えを求めることに子どもの意識が向きがちになることも事実です。そこで、2年「かけ算」の学習で、下のような問題を解く場面を設定して、かけ算の意味理解を豊かに育て、割合の学習へつなげたいと考えます。

あめを4人に6個ずつ配ります。
あめは全部で何個いりますか。

この場面は、6×4と立式させたいですが、4×6としてしまう子どももいます。その理由として、「文章題の数字を、出てきた順に並べて式をつくる」という考え方をしていると思われます。かけ算の答えだけを見ると、どちらの式も同じ答えになりますが、問題場面を正確に表している式はどちらかを考えるように促します。つまり、式は答えを求めるための道具ではなく、問題場面を表現するものだということを、子どもが理解する必要があるからです。そこで、4×6になる文章題（例えば、「あめを6人に4個ずつ配ります。あめは全部で何個いりますか」など）を子どもに作らせる問題作りの活動を行うことも有効です。

このような学習場面を用いて、かけ算の意味理解を深める（まとまりがいくつあるかに目を向ける）よう、指導することができます。その際には、子どもに問題場面を図に表して説明するよう促し、子どもがまとまりを囲む図をかいたり（⑤）、まとまりの個数を数字でかいたり（⑥）することを価値づけることが大切です。なぜならば、1で指摘した通り、まとまりの個数を数える活動は、「いくつ分」つまり「倍」を認識することであり、割合につながる考え方だからです。

⑤


⑥


指導のポイント

「倍」とは、「同じ数のまとまり」の個数のことです。

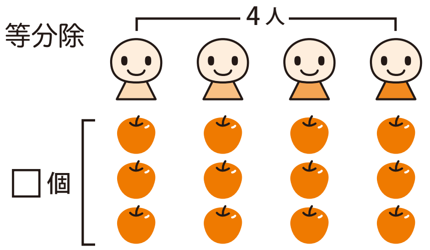
かける数が「倍」であることに着目できるよう、図にかき込むなどの活動を取り入れることが大切です。

3年でわり算を導入し、それを用いる場面として等分除と包含除を学習します。

1 等分除とは、包含除とは

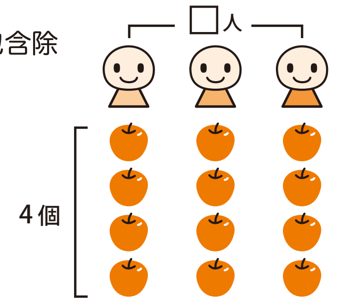
「12÷4の文章題をつくりましょう。」と大人に問いかけると、どんな文章題をつくるでしょうか。一般的には、わり算は「分ける」という意識が強いと考えられることから、「12個のりんごを4人に同じ数ずつ分けると、1人分は何個になりますか。」という問題をつくることが多いでしょう。これは、等分除と呼ばれるわり算で、全体をいくつかに等分するとき、1つ分の大きさを求めるわり算です（①）。

① 等分除



他方、「12個のりんごを4個ずつ分けると、何人に分けることができますか。」という問題もつくることができます。これは、包含除と呼ばれるわり算で、全体を同じ数ずつ分けるとき、いくつ分かを求めるわり算です（②）。

② 包含除



等分除と包含除のいずれも、ある数を同じ数のまとまりのいくつ分ととらえることであり、それぞれの問題場面を、ブロックを分ける具体的操作や図で表すことを通して、理解するように指導することが大切です。

指導のポイント 1

等分除の場面と包含除の場面を、ブロック操作や図的表現によって、子どもが理解を深められるようにします。

2 わり算とかけ算の関係から割合へ

a × b = c のとき、a や b を求める式がわり算であり、数学的には、わり算はかけ算の逆算です。かけ算の意味は、

1つ分の大きさ	×	倍	=	1つ分の大きさの何倍かにあたる大きさ

ととらえました。そこで、等分除や包含除とかけ算の関係を、具体的な場面を用いて考えてみましょう。

まず、等分除の場面として、「12個のりんごを4人に同じ数ずつ分けると、1人分は何個になりますか。」という問題を考えます。これは、1人分のりんごの数を□個とすると、

1人分のりんごの数	×	倍（人数）	=	りんご全部の数
□	×	4	=	12

と考えることができます。このことから、等分除は「1つ分の大きさ」を求める計算だといえます。つまり、

りんご全部の数	÷	倍（人数）	=	1人分のりんごの数
12	÷	4	=	□

となり、等分除は、割合が整数の場合の第3用法であるといえます。

次に、包含除の場面として、「12個のりんごを4個ずつ分けると、何人に分けることができますか。」という問題を考えます。これは、分けられる人数を□人とすると、

1人分のりんごの数	×	倍（人数）	=	りんご全部の数
4	×	□	=	12

と考えることができます。このことから、包含除は「何倍」を求める計算だといえます。つまり、

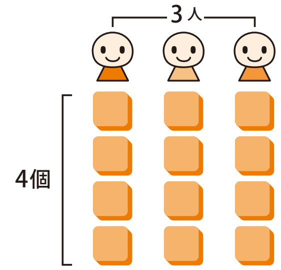
りんご全部の数	÷	1人分のりんごの数	=	倍（人数）
12	÷	4	=	□

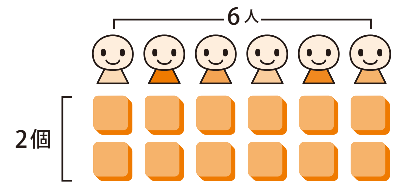
となり、包含除は、割合が整数の場合の第1用法であるといえます。

3 わり算の意味理解を深める指導

かけ算は、「1つ分の大きさ」と「倍」から「全体量」を求める計算ですが、わり算は、「全体量」から「1つ分の大きさ」や「倍」を求める計算です。そこで、与えられた数量に対して、「1つ分の大きさ」を変化させたときに「倍」がどのように変わるかを考えたり、「倍」を変化させたときに「1つ分の大きさ」がどのように変わるかを考えたりする活動をすることによって、「1つ分の大きさ」、「倍」、「全体量」の関係を考えることにつながり、わり算の意味理解を深めることができます。

例えば、12個のブロックを、3人に同じ数ずつ分けると4個ずつで、6人に同じ数ずつ分けると2個ずつになります。これらのことから、「たくさんの人に分けると1人分は少なくなる」や、「2倍の人に分けたら、1人分のブロックの数は半分になる」など、子どもなりの言葉で説明し合う活動も取り入れることができます。





また、12個のブロックを、4個ずつ分けると3人分になり、2個ずつ分けると6人分になります。これらのことから、「1人分の個数を少なくするとたくさんの人に分けることができる」や、「1人分のブロックの数を半分にしたら、2倍の人に配ることができる」などの子どもなりの説明活動も取り入れたいと思います。なお、12は2、3、4、6と複数の整数でわりきれる数であり、このような場面で扱いやすい数であるといえます。

指導のポイント 2

わり算の計算方法を理解するだけでなく、わり算の意味を、かけ算と関連づけて理解することが大切です。

そのためには、例えば12個のブロックを、2個ずつ、3個ずつ、4個ずつなど、同じ数ずつ分ける活動を通して、12を異なるまとまりのいくつ分とみる活動に取り組むことも有効です。操作した場面を、かけ算やわり算の式で説明するように促してみましょう。

3年 倍を表す整数の計算

子どもたちは2年で、倍の意味と1つ分の大きさの何倍かにあたる大きさはかけ算で求められることを学習します。そして3年でわり算を学習するとともに、□を使った式の学習で乗法の逆思考の問題（例えば□×6＝24）で除法が使われることも学習します。

それらを使って、整数倍を適用する学習（第1用法、第2用法、第3用法）を行います。

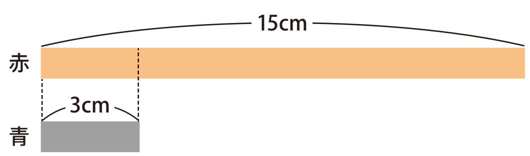
1 テープ図をかこう！

赤いテープの長さは15cmで、青いテープの長さは3cmです。赤いテープの長さは、青いテープの長さの何倍ですか。

倍や割合の指導の際には、図や数直線をかいて、基準量、比較量、倍（割合）の関係を正しくとらえることが大切です。

しかし3年の子どもが、数量の関係を表す図を最初から自分の力でかくことは難しいでしょう。まずは、先生と一緒にテープ図をかくことから始めましょう。

「赤いテープの長さは15cmだから、ノートに次のようにかきましょう」、「青いテープは何cmですか。ノートにかきましょう」「求めたいのは何ですか」など、子どもと話し合いながら、図を完成させましょう。



このときに大切なことは、2年で学習した「倍」の意味を振り返ることです。

例えば左の図を提示して、「㋐のテープの長さは㋑のテープの長さの何倍か」について考えます。子どもたちは「3倍」と答えるでしょう。確かに答えは「3倍」なのですが、指導者はそこでさらに「3倍ってどういう意味かな」と問いかけることがポイントです。すると、子どもたちの話し合いから「㋑のテープをもとにして考えると、㋐のテープは㋑のテープの3つ分だから3倍」という倍の意味を子どもたちが振り返ることができます。

倍の意味を振り返ることができたら、もとの問題で何倍かを求めるには、「（赤いテープの）15cmを（青いテープの）3cmずつ分けていけばよい」ことにたどりつき15÷3が立式できます。そして「何倍かを求めるときは、わり算を使うことができる」（第1用法）というまとめになります。

指導のポイント 1

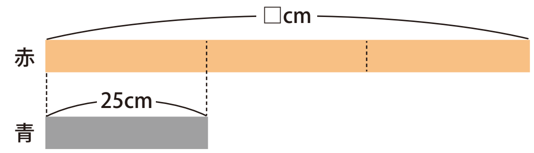
数量の関係を正しくとらえるために、子どもと一緒にテープ図をかきましょう。また，「倍」の意味を振り返っておくことも重要です。

2 テープ図を使って説明しよう！

次は比較量を求める問題（第2用法）です。

青いテープの長さは25cmです。赤いテープの長さは、青いテープの長さの3倍です。赤いテープの長さは何cmですか。

何倍かを求める問題（第1用法）と同様、子どもたちと一緒にテープ図をかく活動を行います。



このような活動を通して、じょじょに指導者の支援を少なくして、「先生と一緒にかく」のではなく、子どもが自力で図をかけるようにしていきたいものです。

また大切なのは、図を使って数量の関係を子どもが説明することです。グループやクラス全体などさまざまな場面で、子どもが図を示しながら、「赤いテープの長さは、青いテープの長さの3倍だから…」、「求めたいのは、赤いテープの長さです」などと説明する機会を設けるようにします。説明は上手でなくても構いません。たどたどしくても、図を指しながら、ときには図にかきたしながら、数量の関係を説明することが大切です。それができることで基準量、比較量、倍の関係を正しくとらえ、式を立てられるようになります。

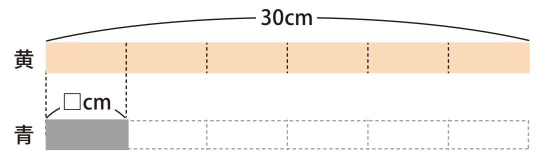
図から数量の関係をとらえることができると、「赤いテープの長さは25cmの3倍」であることから25×3が立式できます。

また理解が十分でない子どもには、倍の意味を何度も振り返らせたり、テープ図を重ねるなどの具体的操作をさせたりすることも必要となります。

最後は基準量を求める問題（第3用法）です。

黄色いテープの長さは30cmで、青いテープの長さの6倍です。青いテープの長さは何cmですか。

この問題も、子どもたちと一緒にテープ図をかく活動を行い、図を使って説明する活動を通して、子どもに数量の関係をとらえさせることが大切です。



上のテープ図をみると6倍なので、図から30÷6がすぐ導けますが、それは整数倍だからです。小数倍などになると、直接答えを求められる図をかくことは難しくなります。

だから整数倍の問題の場合も、子どもたちには□を使った考えをさせたいものです。青いテープの長さを□cmとすると、数量の関係通り（□の6倍が30cm）に式（□×6＝30）に表すことができます。

このように、図を手がかりに考えていくと式を立てられることに気づかせたいものです。そのためにも、子どもが自分なりの図をかいて、それを使って数量の関係を説明する活動が大切になります。

指導のポイント 2

子どもが図を使って数量の関係を説明することが、基準量、比較量、倍を正しくとらえ、その数量の関係から式を立てられることへとつながります。

子どもたちは3年までに、整数を用いた倍について学習しています。4年では、何倍かを表すのに小数を使う場合があることを学習し、倍の考えを拡張します。小数倍は、5年での割合の学習の素地となるので、ていねいな指導が必要です。

1 倍の考えの拡張

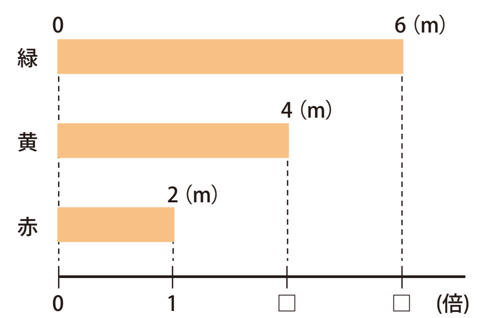
次のような問題について考えることから学習が始まります。

右の表は、あいさんが持っているテープの長さを表しています。
① 赤のテープをもとにすると、黄のテープの長さと緑のテープの長さは、それぞれ何倍ですか。

テープの色	長さ(m)
赤	2
黄	4
緑	6
青	5

子どもたちは3年までに、ある量の2つ分のことをある量の2倍というなど、「倍」の意味を「いくつ分」として学習しています。そのため、整数倍のときの求め方を確認することから始めます。

立式をするときは、子どもと一緒に図をかきます。



テープの下に、倍を表す数直線もかきます。そして、かいた図を使って数量の関係を子どもが説明することで、基準量、比較量、倍の関係を正しくとらえて立式できるようにします。

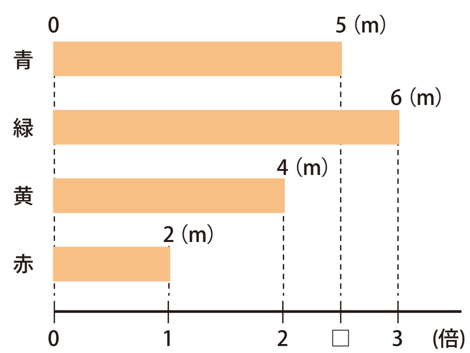
基準量は赤のテープの2mなので、2mを1として考えていることをとらえておくことも大切です。

子どもたちは、2mを基準量にすると、4mは2mの2つ分（4÷2）なので2倍にあたり、6mは2mの3つ分（6÷2）なので3倍にあたることを導くでしょう。

次に、いよいよ小数倍についての問題に取り組みます。

② 赤のテープをもとにすると、青のテープの長さは何倍ですか。

何倍かを求めるには、これまでと同じようにして、5÷2で求められると類推できますが、5÷2＝2.5となり、答えは2.5倍という小数倍になることが想起されます。しかし子どもたちにとっては、「倍」とは基準量の「いくつ分」なのです。つまり、2.5倍というのは子どもにとってはまだ納得できません。そこで、前出の図に青のテープをかき加えます。



図より、5mは2mの2倍と3倍の間の長さで、何倍かを整数では表せません。2倍の4mに対して1mの「あまり」があるので小数を用いて表せることに子どもたちは気づくでしょう。

1にあたる大きさ2mを10等分し、0.1にあたる大きさである0.2mを用いると、「あまり」の1mは0.1の5つ分（0.5）にあたります。このことから5mは2mを1としたとき2.5になることがわかります。しかし、この考えは子どもたちには難しいかもしれません。図から、「5mは4mと6mの真ん中なので、5mは2倍と3倍のちょうど真ん中の2.5倍だ」のように視覚的にとらえることで十分でしょう。

「5mは2mをもとにすると2.5倍にあたる」といい、これを小数倍の意味としてとらえることが重要です。このことは「6mは2mをもとにすると3倍にあたる」という整数倍の意味とも整合性があることになります。

指導のポイント 1

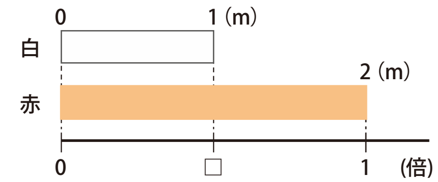
既習事項である整数倍の意味を振り返るとともに、テープと倍を表す数直線の図を用いて、小数倍の意味をとらえることが大切です。

2 テープと数直線を使って、「基準量」「比較量」「何倍」をとらえよう

子どもたちがつまずくと思われる点は、比較量が基準量よりも小さくなる次のような場合です。

赤いテープの長さは2mで、白いテープの長さは1mです。白いテープの長さは、赤いテープの長さの何倍ですか。

数量の関係をとらえられないと、安易に「2÷1」とする子どもも多いです。やはり、問題中の数量の関係を図で表し、子どもが図を用いて数量の関係を説明することで、「基準量」「比較量」「倍」の関係を正しくとらえることが大切です。



また、下の問題にも取り組ませ、基準量が変わったら、何倍かも変わることがわかるとともに、問題文に応じて基準量を正しくとらえることの大切さを十分理解させたいものです。

青のテープの長さは赤のテープの長さの何倍ですか。また、赤のテープの長さは青のテープの長さの何倍ですか。

5年で割合の学習をしますが、割合を求めることは、何倍かを求めることです。小数倍の学習を通して、「基準量」「比較量」「倍」の関係を確実にとらえられるようにすることが、割合の理解を図っていく上で重要です。

指導のポイント 2

さまざまな問題場面に出合い、テープと倍を表す数直線の図を用いながら、「基準量」「比較量」「倍」の関係を確実にとらえられるようにすることが大切です。

5年 小数をかける

5年では、「小数をかける計算」を学習し、整数と小数で、すべての「かけ算」が可能になります。そのためには、以下の学習が必要で、それらの内容は「割合」と深い関係があります。

1 かけ算の意味の拡張

下のような問題の式を考えることから学習が始まります。

1mのねだんが 80 円のリボンを 2.3m買います。代金は何円ですか。

子どもたちは、これまでの学習で、

2 mの代金を求める式は、80×2

3 mの代金を求める式は、80×3 など

としてきたことを思い出せます。そして、「2.3m の代金を求める式は、80×2.3」と考える子どもは多くいます。そんな子どもたちにとって、このように立式できる理由は必要ないかもしれません。ただ、

1 mのねだん × 長さ ＝ 代金

という言葉の式で「整数をかける」場合と統合できると考えられる子どももはいるかもしれませんし、いなければ、指導者の提示で子どもたちは納得できるでしょう。

しかし、これで「小数をかける計算」ができるというわけにはいきません。それは、2 年で学んだかけ算の意味を思い出してみるとわかります。 例えば、80×3 の場合 、

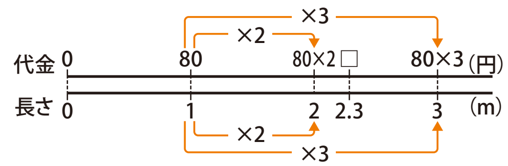
㋐ 80＋80＋80（同数累加）

㋑ 80 の 3 つ分　㋒ 80 の 3 倍

の 3 つの意味がありました。このうち、㋐と㋑は、80×2.3 では、意味をなさないことは子どもたちもすぐわかるでしょう。

そこで、㋒を使って「80 の 2.3 倍」ならどうかを考えます。

このとき、5 年ですでに学習した「2 つの量の変わり方」を思い出して、問題にあるリボンの長さと代金を数直線図で表してみます。すると下のようになり、「長さが 2 倍、3 倍、…になると、代金も 2 倍、3 倍、…になる」ので、リボンの代金は長さに比例している ことがわかります。



そして、4 年で学習した「何倍かを表す小数」を思い出してみると、2.3 mは 1m の 2.3 倍 と考えられますから、2.3 mの代金は「80 の 2.3 倍」となります。このようにして、「倍の考え」による意味を、「小数をかける計算」でも使えるように拡張します。

さらに上の図の「長さ」の数直線は、「いろいろな長さのリボンの代金」の 80 円に対する割合を表しています。したがって、ここで学習する小数をかける計算は、「割合の第 2 用法」になります。

指導のポイント 1

子どもが、「かけ算の意味」を主体的に考え直すのはかなり困難です。そこで、指導者が「同数累加」や「いくつ分」では意味づけできるか問いかけたうえで、倍の考えを小数まで拡張することを促しましょう。その際、既習の「2 つの量の変わり方」「何倍かを表す小数」を使います。

2 かけて小さくなる！？

「小数をかける計算」の意味がわかれば、その計算の仕方を考え、計算に習熟するとともに、その計算を使えるように学習を進めます。計算の仕方は、整数の乗法をもとに考え、筆算ではそれを小数点の移動で処理します。やや複雑な部分もありますが、これまでに積み重ねてきた整数や小数の延長上にある学習ですので、子どもにとっては、それほど抵抗はないでしょう。

ところが、次のような問題は多くの子どもがとまどいます。

1mのねだんが 80 円でのリボンを 0.6m買います。代金は何円ですか。

乗数が純小数（1 より小さい小数）の場合ですが、計算の意味と仕方の学習がすんでいるので、次のように解決できます。

式　80×0.6＝48　　答え　48 円

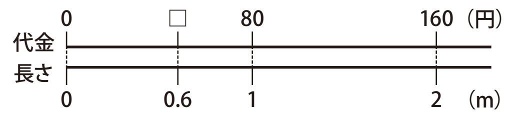
もちろん、これで正しいのですが、多くの子どもたちがとまどうのは、積が被乗数より小さくなることです。とまどいの原因は、整数をかける計算ではこのようなことは起こらなかったからです。したがって、とまどう子どもたちが、「かけ算をしたら、答えはもとより大きくなる」と考えているのは無理のないことです。また、かつて「倍返し」が流行したように、日常の言葉の使用で「倍」は増えるイメージがあるのかもしれません。

このような場合、まず、子どもの考えや気持ちに、指導者が共感することは大切です。しかし、それだけでは、算数の学習は進みません。立式と計算は正しいのですから、積が被乗数よりも小さくなった理由を、例えば、次のように考えられるよう指導しなければいけません。

問題の場面から考える

0.6 mは 1 mより短いので、代金は 80 円よりも…

数直線の図から考える



さらに、「割合」では、全体を基準量として、それに含まれる部分の割合にあたる数量を求める問題を多く扱います。例えば、次のような問題です。

みさきさんの家のみかん畑で、今日 1500 個のみかんがとれました。今日とれたみかんの数の 90% を出荷します。出荷するみかんは何個ですか。

この問題は、「割合の第 2 用法」によって解決できますが、乗数は 0.9 ですから、出荷するみかんは 1500 個より少なくなります。

指導のポイント 2

乗数が純小数の場合、積が被乗数より小さくなり、多くの子どもがとまどいます。指導者は、このとまどいに共感したあと、冷静に、「積＜被乗数」になる理由を指導しましょう。

「割合」ではこのような計算を第 2 用法で多く扱います。したがって、この単元で「かけ算をしたら答えが大きくなる」というイメージを払拭しておくことが必要です。

5年 小数でわる

5年では、「小数をかける計算」に続いて、「小数でわる計算」を学習します。「わり算」の学習は、「割合」の学習と深い関係があるので、数直線図を使った、ていねいな指導が必要となります。

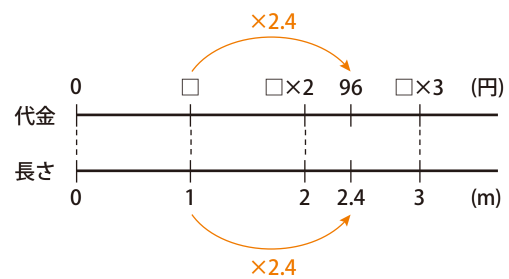
1 小数でわる計算

小数のかけ算と同じ場面を考え、次のような問題の立式から学習を始めます。

リボン 2.4mの代金が 96 円でした。このリボン1mのねだんは何円ですか。

子どもたちは、かけ算のときと同じようにリボンの長さが 2m や 3m のときの式から考えたり、 代金 ÷ 長さ ＝ 1mのねだん という言葉の式にあてはめたりして、「96 ÷ 2.4」と考えることができるでしょう。

しかし、これだけでは整数のわり算からの類推に過ぎません。そこで、求めたい 1m の値段を□円とし、直前に学習した「小数をかける計算」を使って、「□ × 2.4 = 96」という式をつくります。そして、□を求める式なので、「□ ＝ 96 ÷ 2.4」としてよいことがわかります。そして、これらのことは、かけ算のときと同じように、下のような数直線図で表せます。



このように、直前に学習した「小数をかける計算」を使うことによって、「小数でわる計算」が可能になります。

2 わって大きくなる！？

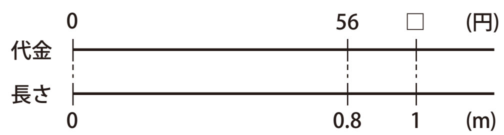
下のような、除数が純小数（1より小さい小数）の場合は、小数のかけ算と同じように、計算はできても商の大きさについて、とまどう子どもが多く見られます。

リボン 0.8mの代金が 56 円でした。このリボン1mのねだんは何円ですか。

56 ÷ 0.8 = 70 ですから「わって大きくなる」のですが、乗法の「かけて小さくなる」以上に違和感が大きい子どももいるようです。確かに、「わる」が小さくなることと結びつくのは無理もないことです。

しかし、小数のかけ算の学習を思い出せば、問題の場面や数直線図から、「わって大きくなる」理由を子どもたちが説明できるでしょう。

さらに、1m の値段を□円とすると、小数をかける計算では「□ × 0.8 = 56」となり、「かけて小さくなる」場合の逆算であることもわかります。



指導のポイント 1

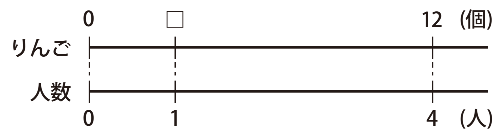
「小数でわる計算」は、「小数をかける計算」の場面を□を使った式で表し、逆算の関係を使って、□を求める計算として考えさせます。

3 小数でわる意味と割合

22 ページの小数でわる計算になるリボンの値段に関する問題は、1 mの代金を求めています。これは、3 年の「整数のわり算」では、1 人分の数を求める「等分除」にあたります。14 ページでは、下のような問題で考えました。

12 個のりんごを、4人で同じ数ずつ分けます。1 人分は何個になりますか。

あえて数直線図に表してみると、下のようになりますから、同じ意味のわり算であることがわかるでしょう。



さらに、割合の問題では、基準量を求める「第 3 用法」にあたります。例えば、次のような問題です。

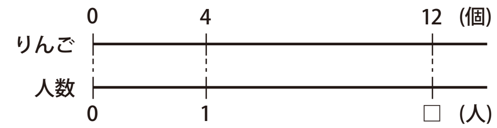
ある学校の5年前の児童数は630人で、これは今年の児童数の120%にあたります。今年の児童数は何人ですか。

このような問題では、120%のような割合の表現が使われるので、同じ意味の問題であることがわかりにくくなりがちですが、数直線図にするとよくわかります。

全国的に正答率が低いことがしばしば指摘されてきた第 3 用法の問題の指導は、わり算の学習と関連づけることで展望が開けそうです。

さて、3 年の学習では、もう一つのわり算「包含除」がありました。例えば次のような問題です。

12個のりんごを、1人に 4 個ずつ分けます。何人に分けられますか。



数直線図に表してみると、このわり算は、12 個が 4 個の 3 倍であることを表しています。つまり、商の 3 は、12 個の 4 個に対する割合ですから、包含除は、割合を求める「第 1 用法」にあたります。

商が小数になる問題は、「割合」の単元で多く登場します。例えば、次のような問題は、割合を求める「第 1 用法」にあたります。

ある学校の 5 年前の児童数は 630 人でした。今年は 525 人になりました。今年の児童数をもとにした、5 年前の児童数の割合を求めましょう。

指導のポイント 2

5 年の「小数でわる計算」の導入は、リボン 1m の代金のような基準にする量を求める問題で、割合の「第 3 用法」にあたります。

そこで、割合の「第 3 用法」を指導する際は、数直線図などに表すことによって、小数でわる計算に帰着して考えてみることが大切です。

5年 倍を表す小数の計算

子どもたちは４年で、何倍かを表すのに小数を使う場合があることを学習し、倍概念を拡張します。そして５年で、小数倍に関して、倍を求める場合（第１用法）、比較量を求める場合（第２用法）、基準量を求める場合（第３用法）について適用していきます。

1 数直線図と□の式を使って

５年になると、問題文から数直線図を自分でかいて、数量の関係を正確にとらえられることが大切になってきます。

数直線図では、これまでのテープと数直線の図と違って、比較量と基準量を１本の数直線上に表します。

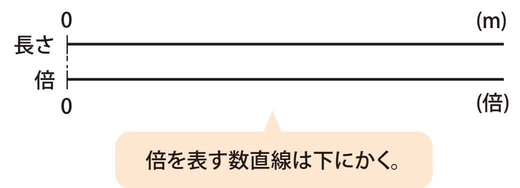
（第１用法）の問題

赤いテープの長さは3.6mで、青いテープの長さは 2.4mです。赤いテープの長さは、青いテープの長さの何倍ですか。

数直線図をかく際には、かき方の手順を明確にするとわかりやすくなります。

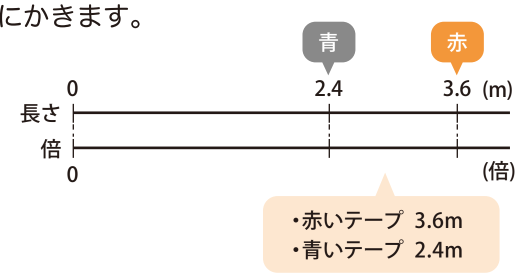
① 数直線をかく。

問題文より、テープの長さと倍の２つの量があるので、テープの長さと倍を表す数直線をかきます。



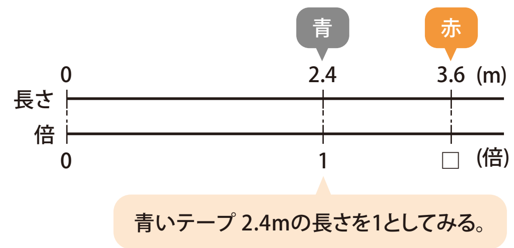
② わかっていることをかく。

問題文からわかっているのは「赤いテープの長さは 3.6 m」と「青いテープの長さは 2.4 m」なので、それらのことを数直線にかきます。

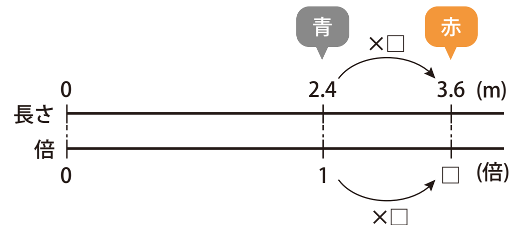


③ 求めることをかく。

問題文の「赤いテープの長さは、青いテープの長さの何倍ですか。」という表現に着目します。そのことから、基準量は「青いテープの長さ」であることを正しくとらえ、それを数直線に「１」と表します。また、求めたい数量を□とします。



これで数直線図は完成ですが、数直線図に下図のように矢印と□を加えると数量の関係がよりわかりやすくなります。



また子どもが、かいた数直線図と言葉を使って、数量の関係を説明する活動もぜひ取り入れましょう。子どもの中で数量の関係がより正確にとらえられるようになります。

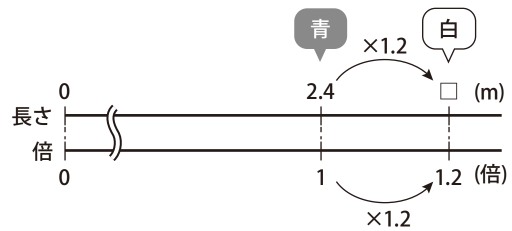
以上の活動により「2.4 mを□倍すると 3.6 mになる」という関係を容易に導くことができるでしょう。そして、2.4 × □＝ 3.6 から、□を求めるには 3.6 ÷ 2.4 をすればよいことがわかります。

第２用法、第３用法の問題も同様に、数直線図をもとに立式できます。

（第２用法）の問題

青いテープの長さは 2.4mで、白いテープの長さは青いテープの長さの1.2倍です。白いテープの長さは何mですか。

手順に従って数直線図をかくと、下のようになります。

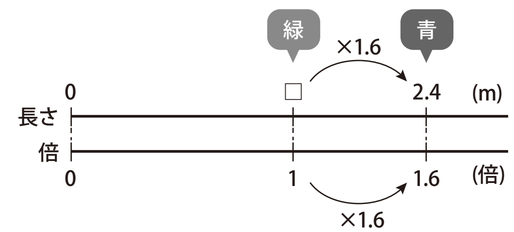


数直線図から、白いテープの長さは 2.4 ×1.2 で求められることがわかります。

（第３用法）の問題

青いテープの長さは2.4mで、これは緑のテープの長さの1.6倍です。緑のテープの長さは何mですか。

この問題も手順に従って数直線図をかくと、下のようになります。



数直線図から、「□mを 1.6 倍すると 2.4 mになる」という関係を導くことができます。そして、□ ×1.6 ＝ 2.4 から、□は 2.4 ÷1.6 で求められることがわかります。

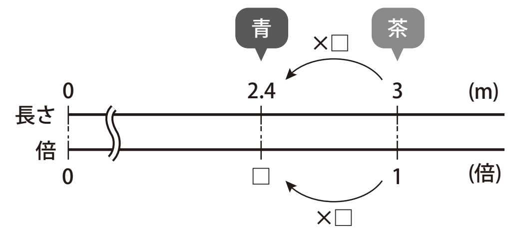
指導のポイント 1

子どもが、自分で問題場面を数直線図と□の式で表したり、それらを使って説明したりすることで、数量の関係を確実にとらえることが大切です。

2 １未満の「何倍」

１未満の「何倍」についても、きちんと指導することが大切です。

茶色のテープの長さは 3mで、青いテープの長さは2.4mです。青いテープの長さは茶色のテープの長さの何倍ですか。



数直線図から、3 × □ ＝ 2.4 が導かれ、□を求めると、2.4 ÷ 3 ＝ 0.8 となります。つまり「青いテープは茶色のテープの 0.8 倍」となります。

１より小さい数値で「何倍」を表現することに抵抗を感じる子どもも多いですが、割合の学習につながる大切な内容です。４年でも１未満の「何倍」を扱いますが、割合の指導へつなげるために、５年でももう一度扱いたい内容です。

指導のポイント 2

１未満の「何倍」についても、４年に続いてもう一度指導することは、このあとの割合の理解につながります。

5年 倍を表す分数

子どもたちは、これまでに何倍になるかという学習を何度も経験してきています。その経験をいかして、「割合」の学習へとつなげていきます。

1 分数倍

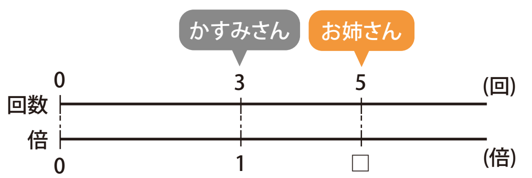
子どもたちは、商を分数で表すという $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ の学習をもとに、下のような問題場面に取り組みます。

きょうだいでバスケットボールのシュートの練習をしています。10 回投げてはいった数は、それぞれ下の表の通りです。

名前	はいった回数（回）
かすみさん	3
お姉さん	5
弟	2

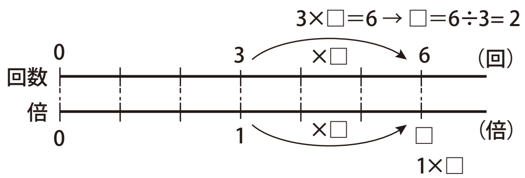
この表をもとに、まず「お姉さんのはいった回数は、かすみさんのはいった回数の何倍になるか」を考えます。

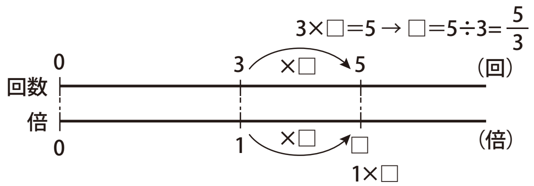
最初の手がかりとして、下のような数直線図に表してみます。



このとき手助けになるのが簡単な数に置き換えて考えるというアイデアです。

例えば､お姉さんのはいった回数が６回だったらとして、「お姉さんの回数（６回）は、かすみさんの回数（３回）の何倍になるか」と考えてみます。そして、それを右のような２つの図に表し、比較してみるのです。





この図をもとにして、子どもたちは□倍が、$5 \div 3 = \frac{5}{3}$（倍）で求められることを理解します。ここで重要なことは、お姉さんの回数５回を６回に置き換えて考えるというアイデアです。この力は一朝一夕に身につくものではありません。大事なのは、こういう方法を普段から子どもたち自身が意識して使えるようになっておくことです。

このように指導することで、子どもたちは、整数倍のときと同じように考えれば解決できるのだという印象を持つことができます。これが統合的な考え方の育成につながります。

このような学習を積み重ねることで、子どもたちは既習事項（前の学習）を使えば、新しい問題であっても、解決することができるという学び方を身につけていくのです。

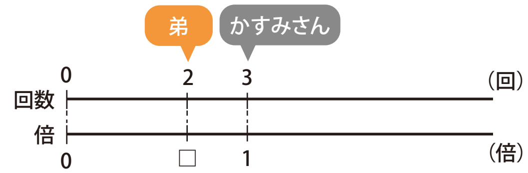
指導のポイント 1

- 数直線図の使い方と､簡単な数字に置き換えて考えるという数学的なアイデアを大切にします。
- ４年までは、テープと数直線を使った図で倍の意味を指導しており、５年で初めて２本の数直線図が出てきます。４年の学習をここで思い出させることも大切です。

2 割合の指導との関係

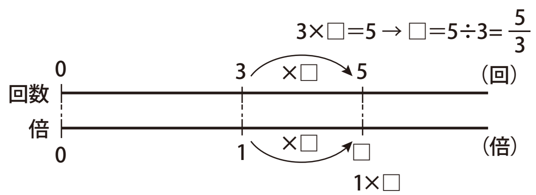
分数倍の学習は､最初に述べたように「割合」へとつながる重要なものです。

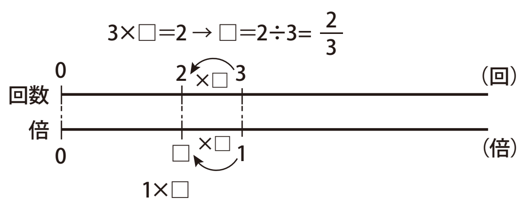
次に、子どもたちは「弟のはいった回数は、かすみさんのはいった回数の何倍か」という問題に取り組みます。このときにも下のような数直線図を使用します。



このときも「お姉さんのはいった回数は、かすみさんのはいった回数の何倍になるか」で考えたときと同じようにして、数直線図を使って解決していきます。そして、小数倍のときと同じように、分数倍でも１より小さくなることがあることをつかませます。

なお数直線図では、２つの量の関係について、矢印を使って表していきます。その際、矢印の起点や終点が何を意味するかに着目させておくことが大切です。





「お姉さんや弟のはいった回数は、かすみさんのはいった回数の何倍か」という前述の２つの問題解決を通して意識しないといけないのが、基準量と比較量の関係です。どちらの場合も、基準量を１とみたときに比較量が□にあたるという関係になっています。

例えば､「お姉さんのはいった回数は、かすみさんのはいった回数の何倍になるか。」ということは､「お姉さんのはいった回数は、かすみさんのはいった回数を１とみたとき、どんな数にあたるか。」ということができます。整数倍や小数倍の学習のときと同じように､「１とみる」ということを子どもたちに意識させたいところです。

この「基準量（もとにする量）を１とみる」という考え方が分数倍の学習においても重要であり、これが「割合」の学習へとつながっていきます。

このように､「倍」の見方について既習事項との関連を図り､統合的にとらえることによって､新しい「分数倍」という見方の理解を図っていくことが重要です。

指導のポイント 2

- 「基準量（もとにする量）の何倍にあたるか」ということを数直線図と関連づけて理解させます。その際、矢印の起点が「もとにする数」であり、矢印の終点が何倍にあたるかになっていることに気づかせます。
- 比較量が基準量の□倍になることは、基準量を１とみたとき、比較量が□にあたることを、分数倍でも統合的にとらえさせます。

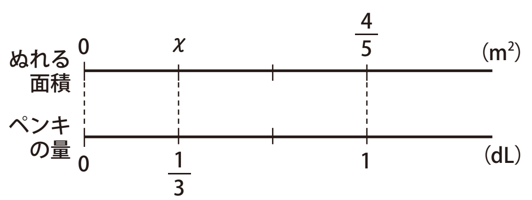
日常生活で分数を使う場面は、そう多くはありません。ケーキやピザの半分 $\left(\frac{1}{2}\right)$ や $\frac{1}{3}$ という表現は使っても、$\frac{1}{2}$ m や $\frac{1}{3}$ m² という表現を使うことはないでしょう。そういう意味では、分数そのものが子どもたちにとってなじみがうすい数ともいえます。したがって、分数のかけ算とわり算の学習では、これまでに学習してきた整数や小数の計算と関連づけて指導することが大切になります。

1 分数のかけ算の問題場面と立式

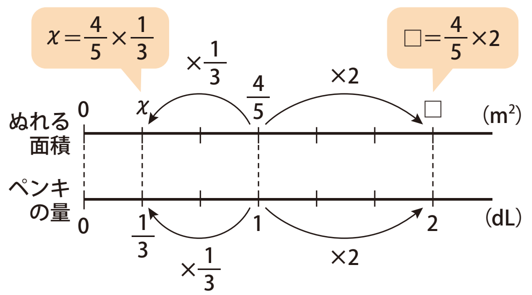
次のような問題の立式から学習を始めます。

> **1dL のペンキで、かべを $\frac{4}{5}$ m² ぬることができました。このペンキ $\frac{1}{3}$ dL では、かべを何m² ぬれますか。**

このとき、解決の手がかりになるのが下のような数直線図です。



この数直線図は、5年より繰り返し出てきているので、この時点では、子どもたちは扱いに慣れているものと考えられます。しかし、上でも述べているように分数をかけることは非常にイメージしにくいものなので、次の図のように整数や小数のかけ算の意味と関連づけて、同じように考えられることを考察しておく必要があります。そうすることで、整数や小数の計算と統合し、分数をかける計算まで拡張することにつながるからです。



また、この数直線図を使う考え方は、$\frac{4}{5}$ m²を1とみると、その $\frac{1}{3}$ はいくつ分にあたるかという「割合」の考え方につながる部分でもあります。これは今までにも分数倍を考える場面で繰り返し取り上げられてきた考え方です。そのことと関連づけておくことも重要なことになります。

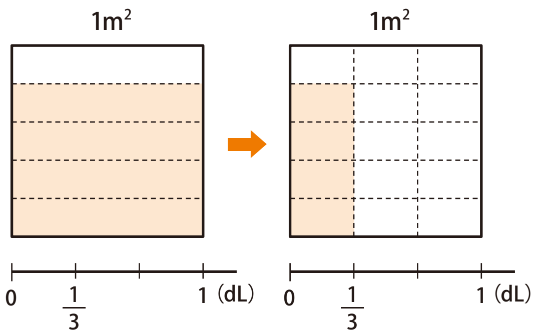
2 計算のしかた

立式ができた時点で、子どもたちはその計算のしかたへと向かっていきます。主に以下の2つが考えられます。

①$\times\frac{1}{3}$ は3等分した1つ分を求めることと同じだと考える。

②計算のきまりを使う。

また、下のような面積図で考えることもできます。特に①の考え方と関連させて考えることは、立式でも意識した「割合」とつながる考え方といえます。



指導のポイント 1

- 分数のかけ算は、整数や小数のかけ算と関連づけて立式します。
- 立式の意味を考えるときには数直線図、計算のしかたを考えるときには面積図を用いて、割合の考えとの関連を図ることも大切です。

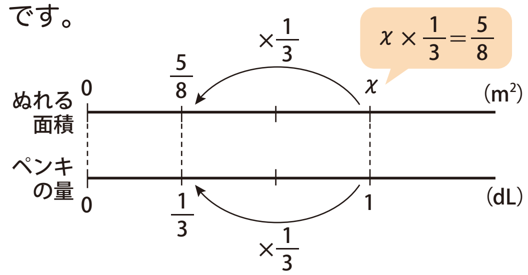
3 分数のわり算の問題場面と立式

「分数をかける計算」に続いて、「分数でわる計算」を学習します。分数のかけ算と同じ場面を考え、次のような問題の立式から学習を始めます。

> **$\frac{1}{3}$ dL のペンキで、かべを $\frac{5}{8}$ m² ぬることができました。このペンキ 1dL では、かべを何m² ぬれますか。**

この問題は、基準量（1あたりの大きさ）を求める場面になっています。これは、割合の第3用法にあたります。

分数のわり算は、分数のかけ算以上に子どもたちにとってイメージしにくいものです。そこで、子どもたちがこれを解決する手立てとして有効なのが、やはり数直線図です。



求めたい1dLでぬれる面積を x m² として、直前に学習した「分数をかける計算」を使って、$x\times\frac{1}{3}=\frac{5}{8}$ という式をつくります。そして、xを求める式なので、$x=\frac{5}{8}\div\frac{1}{3}$ という式を導き出すのです。

このように、直前に学習した「分数をかける計算」を使うことによって、「分数でわる計算」が可能になります。

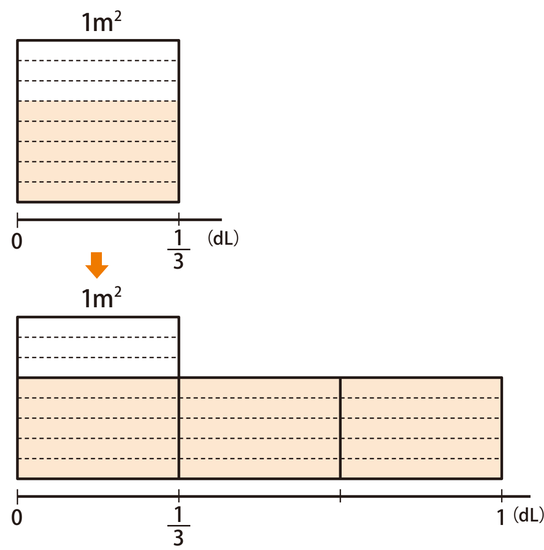
4 計算のしかた

分数のわり算でも、立式できると、子どもたちはその計算のしかたへと向かっていきます。主に以下の2つが考えられます。

①1dLは $\frac{1}{3}$ dLを3倍したものだと考える。

②計算のきまりを使う。

また、分数のかけ算と同様に、下のような面積図で考えることもできます。



指導のポイント 2

- 分数のわり算は、分数のかけ算と関連づけて立式することができます。
- $\frac{1}{3}$ でわることと3倍するということが同じであるということを、図と関連させながらとらえます。そのようにすることで、基準量を求める「割合」の概念につなげることができます。

A 割合って？
B 算数の指導内容と割合
C 割合指導のアイデア

6年 倍を表す分数の計算

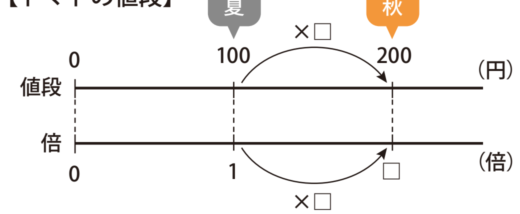
ここでは、いわゆる「割合」の３用法を分数の場面でも適用できることを確認します。

1 倍の学習の振り返り

まず、これまでの学習の振り返りから始めるのがよいでしょう。ただし、いずれの場合も「基準量」「比較量」ともに整数の場合であることが条件となります。

(1) 整数倍

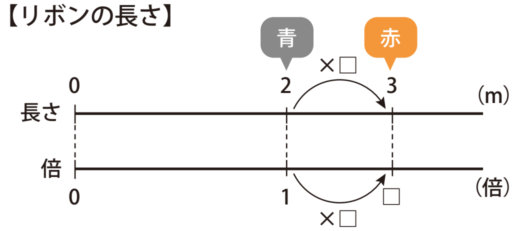
【トマトの値段】



秋の値段は、夏の値段の２倍です。

(2) 小数倍

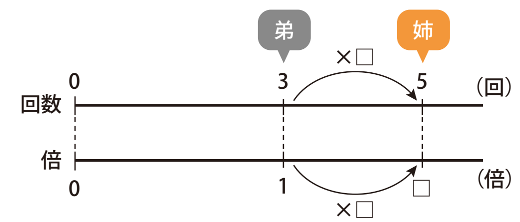
【リボンの長さ】



赤のリボンの長さは、
青のリボンの長さの 1.5 倍です。

(3) 分数倍

【バスケットボールのシュートがはいった回数】



姉のはいった回数は、
弟のはいった回数の $\frac{5}{3}$ 倍です。

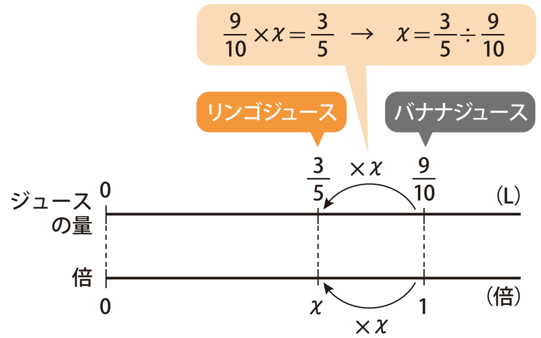
ここで確認しておくとよいのが、数直線図では、基準量を１とみて、矢印はその１を起点として比較量の方向に向いているという点です。

2 分数倍の場面への適用

(1) 倍を求める

リンゴジュースが $\frac{3}{5}$ L、バナナジュースが $\frac{9}{10}$ L あります。リンゴジュースの量は、バナナジュースの量の何倍にあたりますか。

この問題は、下のような数直線図を使って考えます。数直線図は、子どもたちと一緒につくっていきます。

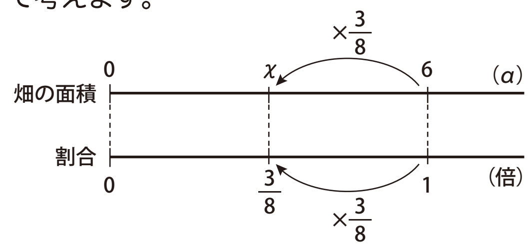


このとき、バナナジュースの量 $\frac{9}{10}$ L が基準量であり、リンゴジュースの量 $\frac{3}{5}$ L が比較量となります。それを使って、整数倍の学習を振り返り、２倍が x 倍になると考えて、$\frac{9}{10}\times x=\frac{3}{5}$ と立式して、x を求めていきます。

(2) 比較量を求める

あきさんの家の畑は 6α で、そのうちの $\frac{3}{8}$ になすびを植えています。なすびを植えている面積は、何αですか。

この問題は、下のような数直線図を使って考えます。

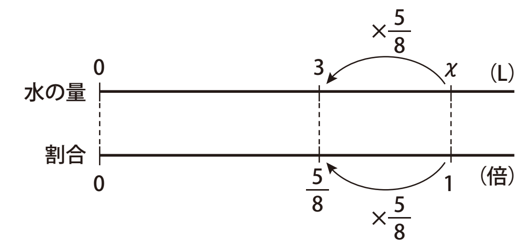


数直線図から、なすびを植えている面積は、$6\times\frac{3}{8}$ で求められることがわかります。

(3) 基準量を求める

水そうに水を３L入れると、水そうの容積の $\frac{5}{8}$ になりました。この水そうの容積は何Lですか。

この問題は、下のような数直線図を使って考えます。それぞれの数量の関係をとらえることが大切です。



(1) と同じように、数直線図を使って、$x\times\frac{5}{8}=3$ と乗法で立式して、逆算の考えで x を求めていきます。

いずれの場合も、すべて基準量、比較量、割合の関係である点は変わりがなく、問題文から基準量と比較量をよみ取ったうえで、数直線図を手がかりとして立式し、問題を解決していきます。

以上のような学習を経て、子どもたちは、整数、小数、分数のいずれの場合も割合の３用法が使えることを理解します。

3 分数倍を含む問題の難しさ

赤い花が 30 本あります。これは白い花の本数の $\frac{6}{5}$ 倍です。白い花の本数を求める式をかきましょう。

いろいろな学力調査結果によると、このような問題の正答率は低くなっており（正解は $30\div\frac{6}{5}$）、特に $30\times\frac{6}{5}$ とする誤答が目立ちます。この問題を答えまで求めるためには次のような手順が必要となります。

①数直線図などで倍の関係をとらえ、乗法の式に表す。
②逆算の考えで除法の式になおす。
③分数の除法の計算を、逆数の考えで乗法になおす。
④正しく計算する。

このように、解決に至るまでには複数の段階を含んでおり、子どもにとって難易度が高くなります。上の問題では②の段階までしか要求されていませんが、実際は子どもたちのつまずきがあることが明白です。

２つの数量の関係を正しくとらえるために、数直線図などを使って、立式の根拠を確実につかめるようにすることが大切です。

指導のポイント

- **分数倍を含む割合の問題を考えるときは、「基準量」「比較量」を自分で決められることが大切です。**
- **整数倍や小数倍と同じように、「基準量」「比較量」を数直線図に表して数量の関係をつかみ、立式につなげられるようにします。**

5年 百分率と歩合

5年では、「基準量」を1として表す「割合」の求め方や、「基準量」および「比較量」の求め方について学びます。

（[比較量]÷[基準量]＝[割合]）

この割合の考え方をもとに、基準量をそれぞれ100や10と見たときの数値が「百分率」と「歩合」になります。

つまり、割合の表し方には、基準量の定め方（1、10、100）により、3通りの割合の表し方があるのです。

基準量を100や10とみて、小数や分数で表される割合を整数で表す百分率・歩合のよさに気づかせながら、合理的な処理の仕方を学ばせます。

1 百分率の意味について

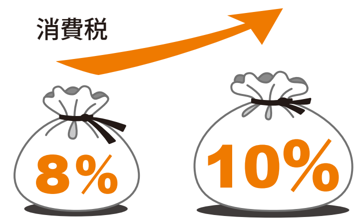
「百分率」は基準量を100とみたときの数値です。

割合をなるべく整数で表すために、基準量の大きさを100とみて、それに対する割合で表す方法です。0.01を1パーセントといい、「%」とかきます。そして、パーセントで表した割合を、百分率といいます。

割合は小数や分数で表されることが多いのですが、整数で表すことができるのが、この百分率のよさでもあります。

つまり、「小数による割合表現」に対して「整数を用いた割合表現」という言い方もできます。ここに百分率（歩合も含めて）を用いて表すよさがあるのです。

例えば、「消費税が8%から10%に引き上げられた」という情報は見聞きした経験が多いのではないでしょうか。



また、「値引きは定価の0.2の割合」という表現よりも「定価の20%引き」の方が、親しみやすく理解しやすいと考えられます。

指導にあたっては、百分率が、日常生活の中で多く用いられている割合の便利な表現であることに気づかせることが大切です。

2 歩合の意味について

割合は基準量を1とみたときの数値ですが、「歩合」は基準量を10とみたときの数値になります。

割合を表す0.1を1割、0.01を1分といいます。このように、基準量を10とみたときの割合を歩合といいます。小数ではなく整数（○割△分）で表せることが歩合で表すよさです。

指導のポイント 1

百分率と歩合はどちらも、「基準量」を1として表す割合と同じく、2つの数量を比較するための表現方法です。

比べるときに大切なことは、

①比較する2量を明らかにすること

②2量のどちらを基準にしているかを明らかにすること

です。整数を中心とした比較ですが、必要に応じて割合によみ換えて用いることも大切です。

3 表現としてのよさについて

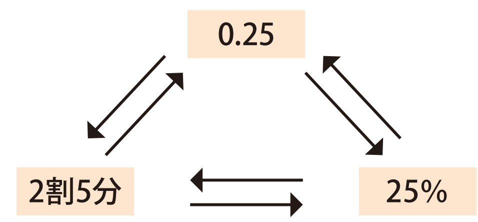
百分率と歩合を使って表現することは、算数の問題場面でも理解のしやすさにつながっています。

百分率では、基準量を「100%」とします。すると、「5は25の0.2にあたる」という割合の表現を言い換えると、「基準量25を100%とすると、比較量5は20%にあたる」と理解しやすい説明に変わります。

歩合では、基準量を「10割」とします。すると、「5は25の0.2にあたる」という割合の表現が「基準量25を10割とすると、比較量5は2割にあたる」と言い換えられます。

百分率と歩合は整数表現なのでわかりやすいというよさをいかして、三者（割合・歩合・百分率）の相互的な置き換えを経験させておくと、問題場面の理解などについても有効になります。

● 相互的な置き換え



全体の量を10や100に置き換えて考えるよさは、身の回りにあふれています。

具体的には、「私が買う服の代金は、定価よりも消費税分の10%高くなる」、「果汁60%の缶ジュースを買ってきた」、「値引き商品だったので、定価の2割（20%）引きで買えた」などといった表現に、子どもたちは普段の生活の中で接した経験があると思われます。

割合を表す小数	1	0.1	0.01	0.001
百分率	100%	10%	1%	0.1%
歩合	10割	1割	1分	1厘

上の一覧表に示すように、日常の問題には「百分率」や「歩合」が含まれている場合が多いので、「割合」との相互的な置き換えは必然であり重要です。

それは（○割△分）とか（□%）を用いることで、「10割」や「100%」という基準が予想しやすく、「割合」という考え方が身近に感じられるからです。

特に百分率については、テストの点数が百点を基準に付けられていることがほとんどなので、「%」の数値に対して親近感もより増してくるのではないでしょうか。

このように、それぞれの表現方法の関係やその特徴をふまえ、身の回りで使われている場面を整理しておくことが大切です。

指導のポイント 2

百分率と歩合では、「割合」「歩合」「百分率」の三者の相互関係について、相互変換（0.25＝2割5分＝25%）を確実に理解させ、活用させることが大切になります。

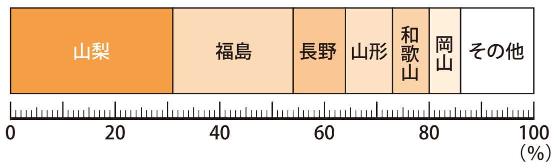
同時に、三者の基本になるものは、あくまで小数で表された割合です。基準となる量を意識させながら、相互変換させることがポイントです。

5年 割合を表すグラフ

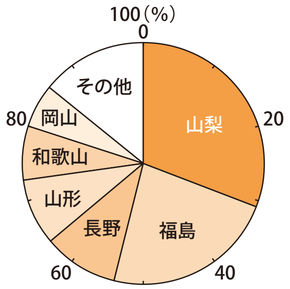
5年の「割合」の学習では、「基準量」を1として表す割合の求め方を学びます。

また、全体量を基準量とした場合、全体量に占める部分量を問題にすることがあります。例えば、「桃」の全国の生産量に占める各県の生産量は、割合で表すことができます。その際に、全国の生産量を100%として各県の生産量（部分量）を、下のような「帯グラフ」で表すことができます。

桃の生産量の割合（2020年）



また、全体量を100%とみたときの各部分の割合を、右のような「円グラフ」で表すことができます。



1 帯グラフと円グラフについて

「帯グラフ」も「円グラフ」も、問題の中にある数量の関係を割合でとらえ、基準量と比較量の2つの関係をグラフで表したものです。これらの「割合グラフ」は棒グラフなどでは表現しにくく、各部分が全体量に占める割合を表したグラフを子どもたち自身が見つけ出すことはかなり難しいです。

ここで必要なことは、2点です。

1つ目は、今まで経験している「棒グラフ」や「折れ線グラフ」では「全体量」と「部分量」の関係を確かめることはできないという事実に気づかせること、2つ目は、割合を学習した後、「全体量」と「部分量」の関係を表現するための道具（割合グラフ）を活用し、多面的に考察させることです。

そのために指導の多くは、「帯グラフ」や「円グラフ」を先に提示して、割合学習と関連のある「全体に占める部分の割合」に着目させながら導いています。

つまり、グラフを子どもたちに作成させるよりも、「両グラフ」がもつ割合表現のよさに気づかせ、割合どうしの比較が有効な場面に気づかせる指導になっています。

数学的活動のポイントは2つです。

1つ目は、完成したグラフをよみ取らせて、占める割合を%で出させたり、表に整理させたりグラフに表現させたりすること、2つ目は、各部分の割合だけを考察させるのではなく、各部分どうしが全体量に占める大小関係もよみ取らせることです。

このような学習指導過程を積み上げさせると、割合グラフとしてのよさ（必要性）に気づかせることが容易になります。

指導のポイント 1

「帯グラフ」と「円グラフ」は、面積で数量の大きさ（割合）を表すグラフなので、面積の割合が線分（横）の長さや円弧の長さ（中心角）と比例することに気づかせることが大切です。

また、2つのグラフは長方形と円という形の違いはありますが、同じ割合を表しているグラフであるという共通点に着目させることがポイントです。

2 グラフの活用について

「帯グラフ」と「円グラフ」の活用では、いくつか意識させたい視点があります。

まず、与えられた問題をよみ取ったり、解決したりする活動を通して、自分の身の回りにある事象について、「○○について調べてみたい」という目的（追究）意識をもたせることが大切になります。

次に、学習指導要領でも示されているように、次のような統計的な問題解決の方法（ＰＰＤＡＣサイクル）を通しながら、子どもたち自身の深い学びにすることが重要になります。

Ｐ：問題を設定する
↓
Ｐ：データを集める計画を立てる
↓
Ｄ：データを収集する
↓
Ａ：目的に応じてグラフに表し、特徴や傾向を調べる
↓
Ｃ：問題に対する結論を整理する

実際の指導時間には限りがありますから、例えば「問題の設定」の際に、いくつか子どもたちの身近な（興味や関心がある）テーマを用意して提案し、「選ばせる」といったくふうも有効になってきます。

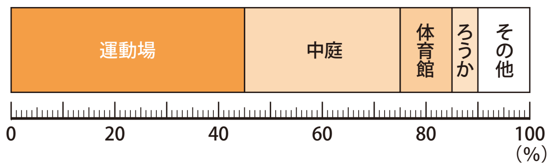
大切なことは、データにもとづいて判断する統計的な問題解決の方法に気づかせ、その解決過程を実際に子どもたちに実体験させることです。

具体的なテーマ例としては、

- 学年によって風邪をひいている（またはひいていない・風邪がなおったなど）子どもの割合はどう違うのか。
- ある月に、場所別でけがをした人の割合はどう違うのか。

などが想定されます。

場所別のけがをした人数の割合



割合グラフの学習における数学的活動としては、調べた結果を結論として表現させることが特に重要です。割合だけでなく、量で見直したり、観点を変えて見直したりする指導も必要になります。

また、複数のデータに関する項目ごとの割合を比べるときは、帯グラフに表し、縦に並べるとわかりやすいです。そのときは、グラフ全体の長さや1めもりの大きさをそろえておくと、割合の変化のようすが比べやすくなります。

指導のポイント 2

学年ごとの風邪をひいている子どもの割合調べでも、「風邪がなおった人もあわせてみる」というように観点を変えたり、割合の比較だけではなく「人数でも確かめる」という考察の仕方を経験したりしておくことも大切です。

割合は同じでも人数が違っていたり、逆に割合は違っていても人数が同じだったりすることもあります。

5年 単位量あたりの大きさ

わり算には、等分除と包含除の２つの意味があります。「６個を３個ずつ分ける」包含除の場合は、６（個）÷３（個）＝２となり、答えの２は、いくつ分（倍）を表す数になります。これがいわゆる割合や比の概念につながっていきます。

一方「６個を３人に分ける」等分除の場合は、６（個）÷３（人）＝２（個／人）となり、答えの２は、１人あたり２個という、個数とも人数とも違う別の新しい量が生み出されることを意味しています。この「１人あたり」というのが「単位量あたりの大きさ」と呼ばれるものです。

1 単位量あたりの大きさの導入

導入にあたって、（図１）のような混み具合を教材として用いることが多いです。

3つの部屋の混み具合を比べましょう。

部屋	A	B	C
人数（人）	6	8	8
広さ（畳の枚数）	4	4	6

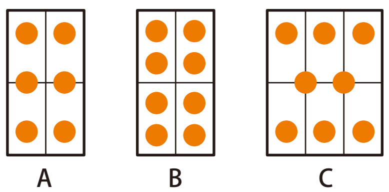


図１

その理由は、①２量が人数と面積であるため、視覚的にとらえやすいこと、②そのため、操作などの活動がしやすいことなどが考えられます。

図１の場合、ＡとＢを比べると、人数と広さの２つの量のうち、部屋の広さは同じなので、人数が多いＢの部屋が混んでいます。同様に、ＢとＣの部屋では人数が同じなので、広さが狭いＢの方が混んでいます。これら２つの場合では、２つの量のうちの一方の数がそろっているので容易に比較ができますが、ＡとＣではどちらが混んでいるかについては、すぐに判断できません。このように、２つの量のうちの片方がそろっている場合とそうでない場合を比較することによって、２つの量のどちらもそろっていない場合には、どちらか一方の量をそろえれば解決できるのではないかという見通しがもてるような場を設定することが重要になります。

2 片方の量をそろえること

２つの量のうちのどちらの量をそろえるかについては、基本的にはどちらをそろえてもよいです。上の例では、人数と広さのどちらをそろえても混み具合を比べることができます。ここでは広さをそろえることに限定して考えを進めていきます。Ａの部屋の広さは４、Ｃの部屋の広さは６。この２つの数をそろえる方法として、以下のものが挙げられます。

① 大きい方の数（６）にそろえる。
② 小さい方の数（４）にそろえる。
③ 最小公倍数（12）にそろえる。
④ 最大公約数（２）にそろえる。
⑤ １にそろえる。

どの方法を使っても解決できますが、一方の量をそろえたときに、伴ってもう一方の量をどのように変えるのかに留意しなければなりません。例えば、①大きい方の数にそろえる方法を用いて、Ａの部屋の広さを４から６にしてＣの部屋の広さにそろえたときに、Ａの部屋の人数は何人になるかということです。子どもの中には、下の図２（イ）のように、「広さが４から６に２増えたので、人数も６から２増えて８になる」と考える子どももいます。

×1.5

人数	6	9
広さ	4	6

×1.5

（ア）

+2

人数	6	8
広さ	4	6

+2

（イ）

図２

混み具合を変えずに数量をそろえるには、たし算やひき算ではなく、かけ算やわり算を用いなければならないことの理解が必要となります。（イ）のような考えをもつ子どもには、図３のように（ア）と（イ）を視覚的に提示し、どちらがもとのＡの部屋と同じ混み具合になっているかを問うことで、かけ算をしなければならないことを理解できるようにします。

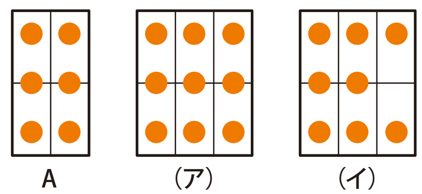


図３

3 単位量（１）にそろえること

１にそろえる方法のよさをとらえさせるにはどうすればよいのでしょうか。そのためには、比較する対象をもっと増やせばよいのです。対象が３つになると、他の２つの対象をそろえるために①～④の方法では面倒な計算をしなければなりません。一方、⑤の１にそろえる方法は、わり算をすればすみます。ここで、１にそろえることは、わり算で単位量にあたる大きさを求めることと同じことであることを理解させます。

4 単位量の大きさの意味について

上述したように、どちらの量を単位にしてもよいですが、わり算によって得られた数が何を意味するのかを考えさせなければなりません。混み具合の例でいえば、

Ａ：６÷４＝1.5　Ｃ：８÷６＝1.33…

この２つの数のもつ意味は、「畳１枚あたりの人数」ですから、数が大きい方が混んでいることになります。逆に、

Ａ：４÷６＝0.66…　Ｃ：６÷８＝0.75

と被除数と除数を入れかえた場合は「１人あたりの畳の枚数」という意味ですから、数が小さい方が混んでいることになります。通常は、わり算の商が大きくなるにつれ、単位量あたりの大きさが大きくなる方がイメージしやすいので、人口密度や速さなどは、そろえる量が決まっています。

指導のポイント

２つの量のうちの一方をそろえる際に、たし算やひき算は使えないことを視覚的に納得させることが大切です。

単位量にそろえることのよさは、比べる対象を増やすことによって味わわせることができます。

A 割合って？
B 算数の指導内容と割合
C 割合指導のアイデア

5·6年 円周率

円については、３年で図形として学習し、円の中心、半径や直径などの円を構成する要素について学んでいます。

これらの学習をもとに、５年では円周率について学習します。

1 直径と円周の関係

（1）円について

円周率とは、直径に対する円周の長さの割合のことです。

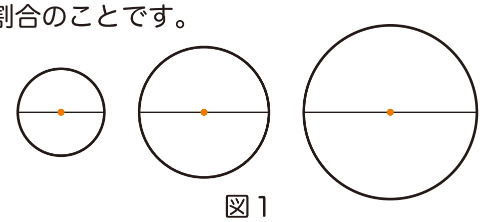


図１

図１のように、円が大きくなるにつれて、直径（半径）も長くなり、円周の長さも長くなります。直径と円周の長さには何か関係があるのだろうかという問題意識をもたせることで、円周率を求める活動に向かっていきます。

（2）円周率を求める２つの方法

円周率を求める活動には、大きく２つの方法があります。１つは、図２のように、内外接する正多角形の性質を使って、円周の長さに近似させていく方法です。

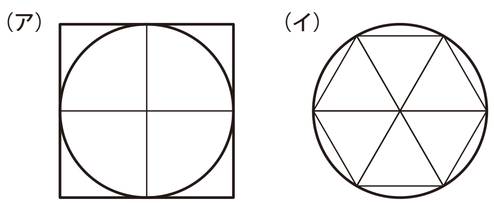


図２

（ア）の外接正方形の周囲の長さは直径の４倍で、（イ）の内接正六角形の周囲の長さは直径の３倍です。したがって、円周の長さは、直径の３倍と４倍の間になります。

内接する正多角形の周囲の長さは、辺の数を増やすにつれて、だんだんと円周の長さに近づいていきます。例えば、直径20cmの円に内接する正十二角形の一つの二等辺三角形を作図して一辺の長さを測定すると、5.2cmです。正十二角形の周囲の長さは62.4cm、直径が20cmなので、円周率を求めると、

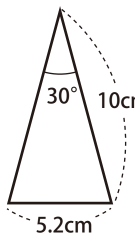


図３

62.4 ÷ 20 ＝ 3.12となります。この方法は、古代ギリシャの数学者アルキメデスが行った方法をもとにしたものです。

もう１つは円形のものを使って直径や円周の長さを直接測定する方法です。図４のように、筒状のものにひもを一周分巻き付けて、その長さを物差しで測定し、直径の長さと比較するという活動です。

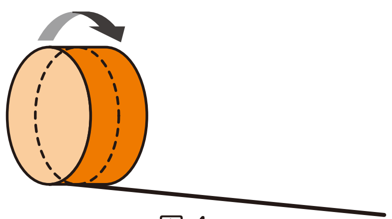


図４

大きさの異なるいくつかの円を使って実測を行うことで、どの大きさの円で実測しても、円周の長さは、直径の長さの３倍よりちょっと長いことがわかります。

（3）円周率の定義

これらの方法を使って、円周の長さが直径の何倍になっているかを求めると、どんな大きさの円でも、3.1倍程度のよく似た割合になっていることがわかります。

この円周の長さの直径に対する割合を円周率として定義し、(円周率)＝(円周の長さ)÷(直径)で求められることを理解させます。その値は、3.14159265358979‥‥と永遠に続く数なので、通常3.14を使うことを知らせます。

2 円の面積と円周率

円周率は円の面積の求積で再登場します。図５を使って、内接する正方形の面積は、半径を一辺とする正方形の面積の２倍で、外接する正方形の面積は４倍なので、円の面積は、半径を一辺とする正方形の面積の２倍と４倍の間になると見通しを立てた後で、求積活動に向かいます。

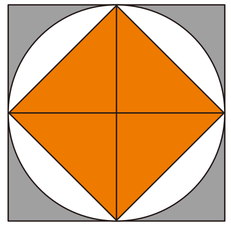


図５

ここでの求積活動も、大きく２つの方法があります。１つは、図６のように単位正方形を使って、方眼のマス目を数えて近似する方法です。この方法だとおよそ半径10cmの円で310㎠という値が得られます。もう一つは、既習の平面図形に分割して、近似させようという方法です。

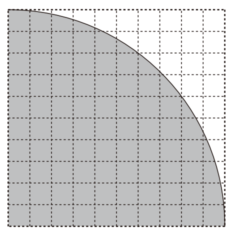


図６

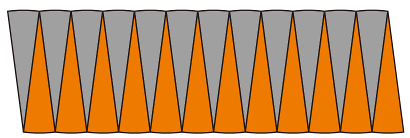


図７

代表的なものが、図７の方法です。この方法から、円の面積の公式である「円の面積＝ 半径×半径×円周率」が導かれます。この公式をよみかえると、円の面積は、半径を一辺とした正方形の面積の円周率倍であるということになります。図６のように方眼を使って求めた310㎠も円周率に近い数としてとらえ直すことで、円周率は円の面積にも関係があることを理解させます。

3 円周率のよさ

直線の長さはものさしを使えば測定できますが、曲線の長さはひもなどを使って長さを写し取り、それを直線に伸ばしてものさしで測るという手順をとらなくてはなりません。しかし、円周率を使うことによって、直径の長さを測れば、計算によって間接的に曲線である円周の長さが測れることになります。言い換えれば、曲線の長さを直線の長さに置き換えることができるということです。同様に面積についても、円周率を使うことで、曲線図形の面積を直線図形の面積で置き換えることができることになります。

指導のポイント

関数的な見方を働かせて、円の大きさが変わるに伴って変わるものとして、直径と円周を取り出し、その関係に着目させます。

いろいろな大きさの円を使って、円周と直径を測定しながら、その比率がどれも、ほぼ3.1倍で特定の数であることを帰納的に導き出し、円周率を定義します。

６年で学習する「比」は、割合の表現の一つです。ここでは、５年の「割合」の学習との関連をふまえながら、その指導について考えていきましょう。

1 比の導入

「酢とオイルを混ぜてドレッシングを作る」という場面で、さまざまな単位（大さじ、コップ、mLなど）の組み合わせを提示します。最初からすべてを示すのではなく、必要に応じて示していきます。子どもたちが量をイメージしやすいように図とあわせて示すとよいでしょう。

	酢	オイル
①	大さじ1杯	大さじ1杯
②	大さじ2杯	大さじ2杯
③	大さじ1杯	大さじ2杯
④	大さじ2杯	大さじ3杯
⑤	大さじ2杯	大さじ4杯
⑥	小コップ2杯	小コップ4杯
⑦	100 mL	200 mL

酢→オイルの順に並べることさえ徹底すれば、比の表現自体はそう難しいことではありません。しかし、この表の左右の順に数字を並べ、間に「：」を入れるだけでは、子どもたちに教師が示したルールで記号化させているに過ぎません。これでは、割合の表現としての比を学習しているとはいえないでしょう。

まず、「同じ味のものはどれとどれかな」といった発問によって、酢とオイルの関係を「差」ではなく「倍」で比較するとよいことに気づかせます。ここでは、「差」ではなく「割合」でドレッシングの混ざり具合をとらえることに気づかせることが主眼です。

①と②が同じ味になることは直観的には明らかと思われるかもしれませんが、これらは差（どちらも０）でも割合でも（どちらも１）同じなのですから、割合で味を比較する必要性は薄いでしょう。①と③で味が違うことや、②と③で味が違うことも明らかですが、③と④だと、味が同じなのか違うのかはっきりしません。このように考えると、ここでの比較あるいは味（すっぱさなど）の数量化が５年の割合の学習と似ていることがよくわかるでしょう。

「割合」の学習と同じように、「比」の学習でも、一方の量をもとにしたとき、他方の量がどれだけにあたるかで、「すっぱさ」などの比較や数値化ができそうだという見通しをもたせることが大切です。

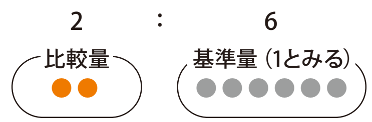
具体的には③と⑤、さらには⑥や⑦が同じ割合で混ざっていることをとらえさせます。酢の量をもとにしたとき、オイルの量が２倍であるというとらえ方や、オイルの量をもとにしたとき、酢の量が半分すなわち $\frac{1}{2}$ 倍であるという気づきを引き出すことを意識しておきましょう。

指導のポイント 1

- 酢大さじ２杯とオイル大さじ３杯の比を形式的に２：３と表すだけでなく、比が割合を表していることをていねいに扱います。
- １：１と２：２や１：２と２：４が同じ割合であること、１：２や２：３が同じ割合ではないことを５年の割合の学習のように、ていねいに扱うことが大切です。

2 比の値と比の相等

比 $a:b$ について、b をもとにしたときの a の割合を比の値といいます。例えば、酢２杯とオイル６杯の比２：６の場合､オイル(６杯）をもとにしたとき、つまり、１とみたときに、酢（２杯）は $\frac{1}{3}$ にあたりますので、比の値は $\frac{1}{3}$ といえます。



$2 \div 6 = \frac{1}{3}$

比較量 ÷ 基準量 ＝ 割合（比の値）

比 $a:b$ について b が基準量なので、比の値は $a \div b$ で求めることができます。

次に、「比の値が等しい場合に、２つの比が等しい」ということを約束します。1 で取り上げた酢とオイルを混ぜる割合について、比の値が等しい場合に割合が等しくなっていることを確認しましょう。

「１：２と２：４はどちらも酢の量の２倍がオイルの量だから味が同じ」のように、割合が同じであることを具体的に解釈して表現して比の値を使うと、混ぜる割合が等しいかどうかを簡単に判断できます。

指導のポイント 2

- $a:b$ の比の値が $\frac{a}{b}$ であることを形式的に知らせるのではなく、比の値が b をもとにした a の割合であることをていねいに扱います。
- 比の値を使えば、比が等しいかどうかを簡単に判定できるというよさに気づかせます。

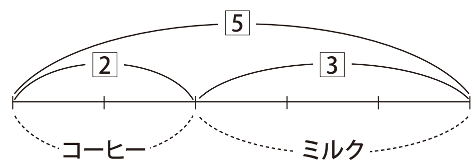
3 比を使った問題

コーヒーとミルクの量が２：３になるようにコーヒーミルクを作ります。
(1) コーヒーの量が 100mL のとき、ミルクの量は何 mL にすればよいですか。
(2) 作りたいコーヒーミルクの量が 200mL のとき、コーヒーとミルクはそれぞれ何 mL にすればよいですか。

(1) ではミルクの量を x mL として、問題の関係を次のように比で表して答えを求めます。

$2:3 = 100:x$

(2) はコーヒーミルクの量 200mL が比２：３の２にも３にも対応しておらず、子どもにとって難しい問題です。そこで、２：３という状況を線分図で表して、200mL がどの量にあたるかを考えさせます。



200mL がコーヒーとミルクをあわせた量であること、つまり、$\boxed{5}$ にあたることに気づかせ、図をとらえ直します。新しい図をもとにすると、コーヒーの量を x mL として

$200:x = 5:2$

と表せることを確認します。

指導のポイント 3

- 問題の数量の関係を、線分図で表現するなどして、確実にとらえさせます。
- 比を活用すると答えが簡単に求められるというよさに気づかせます。

6年では、5年の「簡単な比例」を受けて、比例についてさらに理解を深めていきます。ここでは比例の学習に割合がどのように関連するか考えていきましょう。

1 横の見方 小数倍、分数倍への拡張

水そうに水を入れるという場面で、表にはあらかじめ数を入れたものを提示します。まずは、時間がたてば、水そうの水の深さが高くなることを確認しておきましょう。

時間 x（分）	1	2	3	4	5	6
水の深さ y（cm）	4	8	12	16	20	24

6年では、小数倍や分数倍の場合でも整数倍と同じ関係が成り立つことや、縦の見方でどの縦の数の組も、一方が他方の一定倍になっていることを学習しますが、まず、5年の復習を兼ねて、表を横に見て整数倍の関係を確認します。形式的に「xが2倍、3倍になると、yも2倍、3倍になる」と答える子どももいますが、表の数値を使って、横の関係を表現させます。このとき、xのもとになる数（基準量）が1の場合だけでなく、「xが2から6に3倍になると、対応するyも8から24で3倍になっています」というように、xのもとになる数が1でない場合も扱います。

3倍

時間 x（分）	1	2	3	4	5	6
水の深さ y（cm）	4	8	12	16	20	24

3倍

次に、小数倍や分数倍を考えます。例えば、xが2から3に変わる場合、3分が2分の何倍かを調べる必要があります。このことをていねいに扱うことが大切にしたいポイントです。整数の場合（例えば2分と6分）を例にすると、2分が基準量で6分が比較量であることから、倍を求めるためには基準量の2でわればよいことを確認します。

2分 $\xrightarrow{\times 3}$ 6分
基準量
この3は6÷2で計算できる!

このことをもとに、3分が2分の何倍かを調べる場合も、2分が基準量、3分が比較量であることを矢印などで確認し、3÷2で求めたい「倍」が計算で求められることを確認します。

2分 $\xrightarrow{\times \square}$ 3分
基準量
この□は3÷2で計算できる!

このとき、1.5倍とともに$\frac{3}{2}$倍であることも確認しておけば、$\frac{1}{3}$倍や$\frac{2}{3}$倍といった分数倍を考えるときに応用がききます。対応するyについても、12cmが8cmの何倍かを知りたいことから、8cmが基準量であり、12÷8を計算すればよいこと、結果が1.5や$\frac{3}{2}$であることから、「xが2から3に1.5倍になると、対応するyも8から12で1.5倍になっています」などと表現させます。

指導のポイント 1

比例の横の見方の学習では、既習の整数倍の場合を手がかりにしながら、小数倍や分数倍でも整数倍と同じ関係が成り立つことを理解させます。このとき、どちらが基準量であるかを明確にし、比較量÷基準量で何倍かを求めることができることを、整数の場合をもとにていねいに指導します。

2 縦の見方

縦の見方の学習では、どの縦の数のペアについても、yに対応するxの一定倍になっていることを確実に理解させる必要があります。関数の学習では「変化」や「対応」が大切であると言われますが、縦の見方は「対応」にあたります。

表がすべて整数であり数値も小さいので、どの数のペアでもxの4倍がyであることは比較的容易にわかると思われます。式表現を用いてまとめることを急がず、$y \div x$が一定ということもあわせておさえておきましょう。

	4	4	4	4	4	4
時間 x（分）	1	2	3	4	5	6
水の深さ y（cm）	4	8	12	16	20	24

ここでは、$x \times \square = y$（例えば、$6 \times \square = 24$）にあてはまる□（□倍）を求めるときに、xが基準量でyが比較量であることに注意しましょう。

6 基準量
× □
24 この□は24÷6で計算できる!

指導のポイント 2

比例の縦の見方の学習では、すべての対応する数のペアについて、yがxの一定倍になっていることに加え、$y \div x$が一定であるという見方もおさえておきます。どちらの場合も、xが基準量、yが比較量であることから、$x \times$（きまった数）$= y$という関係が成り立つことを具体的な数値で理解させます。

3 横の見方や縦の見方の活用

比例の活用は算数のよさを子どもたちが味わうのに格好の内容です。例えば次のような問題があります。

たくさんの画用紙があります。この中から、400枚を取り出したいと思います。どのようにすれば、400枚用意できますか。

1枚あたりの重さや厚さがわかれば解決は容易ですが、実際には軽すぎたり薄すぎたりして測定は簡単ではありません。そこで、10枚ずつ厚さや重さを表にまとめます。

枚数 x（枚）	10	20	30
厚さ y（cm）	0.4	0.8	1.2

この表をもとに、横の見方や縦の見方で比例の関係をとらえ、ある枚数を用意するための厚さや、ある厚さの紙の枚数を求めることができます。100枚の厚さのように「横の見方」で簡単に計算できる場合もありますが、一般的には「縦の見方」で関係をとらえることで、どのような枚数や厚さの場合でも問題が解決できることに気づかせたいものです。ここでも、枚数が基準量であることを明確にします。

指導のポイント 3

比例の活用の学習では、1あたり量による解決にとどまらず、表を横に見たり、縦に見たりして関係をとらえ、目的の答えを求めていくことを大切にします。

特に、縦の関係をとらえることができれば、いつでも問題が解決できることに気づかせます。

正しい値段を求めるために

おかし屋で定価 2000 円のケーキを売っています。
今月、このおかし屋では、全品 10%引きセールをしています。
また金曜日はサービスデーで、ケーキはさらに 20%引きしています。
このおかし屋の金曜日のケーキの値段は何円ですか。

この問題では、次のように考える児童がいます。

①今月の値段（10%引き後の値段）を求める。
$2000 \times 0.1 = 200$
$2000 - 200 = 1800$
②サービスデー（金曜日）の値段を求める。
$2000 \times 0.2 = 400$
$1800 - 400 = 1400$　　答え　1400 円

今月の 10%引きとサービスデーの 20%引きをあわせると 30%引きになるので、サービスデー（金曜日）の値段は定価の 30%引きになる。
$2000 \times 0.3 = 600$
$2000 - 600 = 1400$　　答え　1400 円

これらの誤答は、「割合の意味を理解すること」に課題があるため、示された割引後の値段を求めるために、基準量、比較量、割合の関係を正しくとらえられていないことが原因だと思われます。

一方、このような誤りやすい問題では、誤った考えと正解（1440 円）を提示し、その中から誤りを指摘し、正しい求め方と答えを言葉や数を用いて説明させる方法もあります。この問題では、２回目の割引でひかれる金額を求めるときに、基準量を誤ってとらえているため、正しい値段を求めることができないことを指摘する必要があります。

算数の学習では、考えの妥当性を評価し修正することは、既習の考えに対する理解を深めたり、発展的に考えたりしていく上でとても大切なことです。自分の考えを振り返ることによって、誤りを正したり、よりよい考えを見つけたりすることができるように、指導にあたっては、考えを批判的に考察し、その妥当性を評価するとともに、それらをもとに、自分の考えを正しく表現し直すことができるように留意したいものです。

C 割合指導のアイデア

割合指導の教材・教具

算数では、長さ、時間、広さ（面積）、重さ、かさ（体積）、角度のような量について学習します。その際、これらの量はその大きさを具体的に表すことができます。割合の学習では、どのような教具が考えられるでしょうか。

1 測定と割合の違い

目に見える量である長さ、広さ（面積）、かさ（体積）、角度は、具体物で大きさを表せます。目に見えない量である時間と重さはどうでしょう。時間は、砂時計や水時計など、重さは天秤のような道具を使えば、目に見える量に置き換えることができます。

そこで、これらの量の学習では、子どもが使える具体物や道具を準備し、これらの教材・教具で表した大きさを、適切な単位を使って数値化することが測定の学習になります。

これに対して、割合も数で表されますが、具体的な大きさを単位で測定した数値ではありません。割合は、２つの量の関係を、計算によって数で表した抽象的な指標ですから、具体的な大きさとしては示せないのです。したがって、割合の学習で、その大きさを表す教材・教具を、測定の場合と同じように準備することはできません。

2 割合で比べることを実感できるゴム

1 で述べた測定と割合の違いは、具体物によって学べる低学年の算数から、抽象的な思考で学ぶ高学年の算数、さらには、中学校数学への移行を示しています。

しかし、子どもの学習は連続していますから、滑らかに移行することが大切です。そのために、現行学習指導要領で、４年に「簡単な場合についての割合」が新設されました。したがって、低学年の具体物で学ぶことを引き継ぎ、割合（この単元では整数倍）で比べることを実感できる教材・教具を準備すべきでしょう。それには、学習指導要領解説にも例示され、多くの教科書が扱っているゴムが最適です。

下の表のようなゴムがあります。どちらのゴムがよくのびるといえますか。

	もとの長さ(cm)	のばした長さ(cm)
アのゴム	20	60
イのゴム	40	80

手芸店などには、洋服のウエストなどに使う平たいゴム紐で、伸び率の違うものが売られています。適切なゴムを使うことによって、上の例であれば、「もとの長さが違っても、アのゴムはいつも３倍、イのゴムはいつも２倍に伸びる」ことを、子どもたちは実際に確かめることができます。

指導のポイント 1

４年「簡単な場合についての割合」では、ゴムの種類によって伸び方が違うことを、実際にゴムを使って確かめることができます。

５年以降の割合指導では、測定と違いその大きさを教具によって表すことはできません。

3 現実感のある場面を教材にする

５年になると、割合が小数で表される場合も含めて、２量の関係を、割合を用いて比べることを学習します。

その際、子どもが割合で考えることができるような日常の場面を教材として扱います。教科書では、次のような場面が多く扱われています。

- うまさの比較（シュート率、打率、勝率など）
- 品物の量や値段（〇〇増量、割引など）
- 希望者とその定員
- 乗り物の乗車率
- 全体の人数とある属性の人数（５年生のうち〇〇クラブにはいっている人など）
- 食べ物の成分（果汁〇〇％のジュースなど）

教師は、教科書で扱われるこのような場面を参考にしつつも、指導する子どもたちにとって、現実感のある場面を教材として設定すべきです。それは、学級や学校の状況によって、また、指導時期によっても異なるでしょう。子どもたちが、どんなことに興味や関心があるのかは、教師が知っているはずです。

割合を用いた問題解決は、多くの既習事項を使わなければならず、そう易しい学習ではありません。しかし、子どもが、現実感のある場面を自分事としてとらえることによって、意欲をもって取り組み、学びに向かうことができるのです。

4 ネット上の統計データを教材にする

割合は、社会生活の中で多く使われ、子どもたちの目に触れることも多くあります。５年「割合を表すグラフ」では、そのようなデータを円グラフや帯グラフに表すことも学習します。教科書では、例えば、次のような設定をしています。

下の表は、都道府県別のキウイフルーツの生産量と割合を表したものです。この表をグラフに表しましょう。

キウイフルーツの生産量（2020年）

県名	愛媛	福岡	和歌山	神奈川	静岡	その他	合計
生産量(t)	4740	3580	3450	1400	967	8363	22500
割合(%)	21	16	15	6	4	38	100

この学習から、「他の作物はどうか」と学習の広がりが期待できます。その教材として、子どものタブレット端末からもアクセスできる統計情報が多くあります。例えば、農林水産省の下のサイトには、他の果物のデータが掲載されています。

https://www.maff.go.jp/j/tokei/kouhyou/sakumotu/sakkyou_kazyu/

このようなデータを教材として、割合を生活や学習に活用しようとする態度を育成することができます。

指導のポイント 2

割合を用いて比べる学習では、子どもにとって現実味のある場面を教材として設定することが大切です。

統計データを教材にした学習で、割合を活用する態度を育成します。

割合のモデル

小学校の割合は、通常、倍で比較する場面で導入され、下の①のように定義されますが、これをかけ算場面としてみると②のようになりますし、基準量を求めようとするときには、③のように計算できるという形で学習がまとめられたりします。

［割合］＝［比較量］÷［基準量］……①

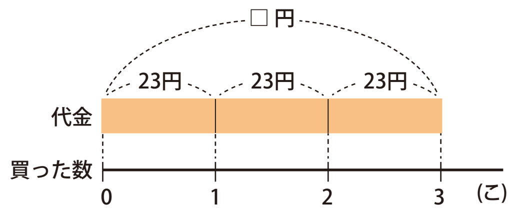
［比較量］＝［基準量］×［割合］……②

［基準量］＝［比較量］÷［割合］……③

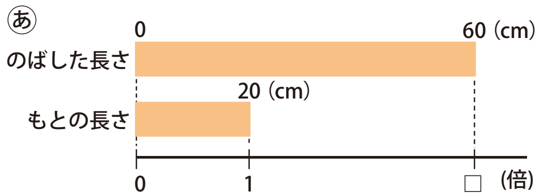
結局、①～③は、問題場面に表れる３つの量の関係を式で表したものです。割合の理解に①～③のような式表現は大切ですし、式がなければ計算にも困るのですが、子どもは、これらの式だけで割合を理解できるわけではありません。特に、割合の問題場面に含まれる数量関係をよみとることと、その関係を①～③のような式に表現することに、大きな困難が伴います。そうした困難を克服させるため、教科書などでは、問題場面と数式を橋渡しするさまざまなモデルが使われます。ここでは、そうしたモデルの代表例を取り上げ、各々の特徴を見てみます。

1 テープと倍を表す数直線の図

量の図的表現として子どもが最初に触れるのは下のような図で、ある量を何倍かする場面で、「いくつ分」や「倍」を強調したいときに使われます。

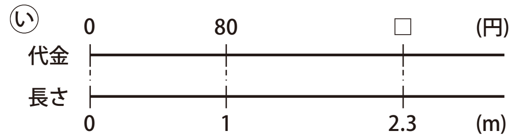


しかし、２量から「一方が他方の何倍か」を考える問題場面（倍や割合を求める場面）では、それらの２量を図で表す必要がありますから、下のようになります。４年の「倍を求める計算」や「簡単な割合」の単元では、こうした図が使われます。



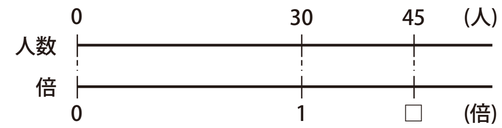
2 比例数直線図

教科書に現れる乗除の場面のほとんどは、２つの量（比較量と基準量）が比例関係にあります。例えば、「１ｍの値段が 80 円のリボンを 2.3m 買うとき、代金は何円ですか」のような問題では、代金と長さは比例関係にあります。このとき、この問題場面に含まれる諸量の関係を表したものが、下のような比例数直線図です。



図あでは、「もとの長さ」と「のばした長さ」が別のテープで表現されていますが、テープを重ねれば、伸ばす前後の「長さ」を１本のテープでも表現できますし、テープではなく数直線でよいというアイデアも大切です。そこに、一方の量に対応する別の量を考える場合（上のような長さと代金の関係を考える場合）、２つの量を表す数直線を組み合わせれば、比例数直線図になるという次第です。

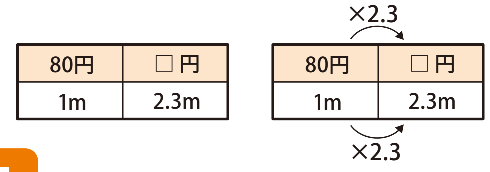
この図は、割合の学習でも使用されます。そこでのポイントは、「基準量を１とみる」という見方です。下図の場合、「定員の 30 人を１とみると、応募者の 45 人は何倍に（どれだけの割合に）相当する量か」という見方ができれば、「何倍かを求めるわり算」のときと同様、「45 ÷ 30」という立式ができるでしょう。これが困難な場合でも、下段の倍を表す数直線において、１→□は□倍（×□）なので、人数も同様に□倍になっており、30 × □ = 45 と立式し、そこから□を求めることは容認されると思われます。



比例数直線図は、比例関係にある２量を数直線で表しているため、数量間の関係把握に有利です。例えば、図いの「長さ」の１ｍと 2.3m の大小関係などは、視覚的に把握することも容易になるでしょう。

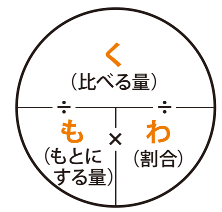
3 4マス関係図

問題場面に現れる数量間の関係把握がある程度できていれば（特に、１ｍと 80 円のような数値の対応関係が把握されていれば）、あえて数直線上にそれらをかく必要はないかもしれません。図いの（□を含めた）４つの数量の数値だけを見れば、それは比例の表に近く、その数値だけを取り出し、対応関係だけを表現してもよいでしょう。そうした図は、４マス関係図と呼ばれることがあります。この図は、大小関係の把握などに不利な点もありますが、構成としては単純な分、右下図の「×2.3」のように、子どもや教師の気づきを自由にかき込むことができる余白を持つ図になっています。



4 「くもわ」の図

比例数直線図や４マス関係図は、問題場面の４つの数量の関係を表しますが、冒頭の３つの式は、３つの数量で構成されている点がポイントです。そこで、①～③を右下のように図式的に１つにまとめた「くもわ」と呼ばれる図が使われることがあります。求めようとする量を隠すと、残りの２量の関係が把握できるため、式の想起や演算決定には便利です。ただし、そもそも子どもにとって、「何が比較（比べる）量で何が基準（もとにする）量かがわからない」のが最大の困難ですので、それらが把握できている子どもに対して、ヒント程度の利用に留めるべきでしょう。



指導のポイント

- **割合関連の指導内容では、多様な図が使われますが、いずれも①～③で表されるような数量関係を表したものです。**
- **図にも指導内容に沿った系統がありますし、それぞれの利点・欠点もあります。**
- **問題場面中の数量の関係をどのように表現するとわかりやすいかを考え、その一環として図の活用を考えましょう。**

ICTを使う

割合の指導において、概念化の段階でイメージを広げたり、協働学習の場面で伝え合ったり、振り返りの場面で共有化を図ったりすること、円グラフや帯グラフなどを使って表現し、分析することなどにICTを活用することで、これまでの方法以上に学びを拡張していくことができると考えられます。

1 関係をすっきりと見せる

割合は、基準量を１とみたとき、比較量がいくつ分にあたるかを表した数であるといえます。２つの量を比べるときに、倍で比べることと言い換えることもできます。例えば、図１、図２のような画面を示して倍で比べることや何を基準量とするかによって割合が変化することなどをイメージ化することによって、理解が進むと考えられます。

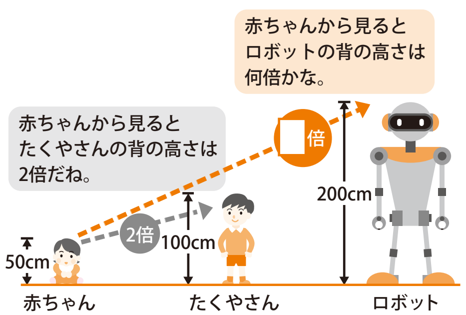


図１

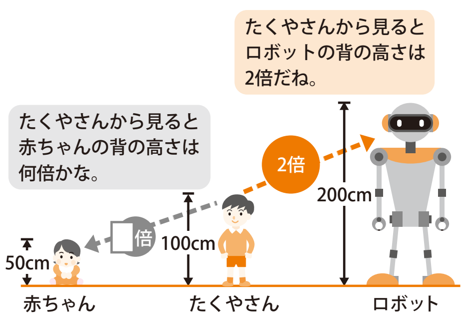


図２

大型ディスプレイなどに図１を拡大して表示し、赤ちゃんの身長の長さのテープを用いて画面上で具体的に操作し、倍で比べるイメージをもたせたり、基準量（赤ちゃんの身長）を意識させたりすることができます。また、図２を示して同様の操作をして考えさせることで、基準量が変われば、倍（割合）が変わることなども意識させる効果が期待できると考えられます。

2 数直線図に表す

割合は「比較量÷基準量＝割合」で意味づけられ、その後、具体的な問題解決を通して、比較量や基準量を求めていくことになります。その際、数量の関係を把握するためには、数直線図を利用します。ノートに数直線図をかくよりも、数直線図を自由にかくことができるコンテンツを用いると、個々の数量を簡単に動かすことができるので、数量の関係をていねいに把握させることに有効となります。

指導のポイント 1

子どもが割合のイメージをとらえるのはかなり困難です。イメージをわかりやすく図や絵で提示したり、画面上で操作させたりしながら割合の概念をイメージできるようにすっきり可視化することが重要です。

3 くりかえし練習する・データを使う

割合の学習では、割合（小数）と倍、割合と百分率、割合と歩合などさまざまな表現間のよみかえ（変換）に習熟する必要があります。

例えば「125％を倍で表すと1.25倍」「80％を歩合で表すと８割で0.8倍」などのよみかえが必要です。「200人の70％は□人です。」を考えるときには「70％は0.7倍だから200×0.7＝140」という計算をします。これらのよみかえをするのには、反復練習が必要になります。

そのようなときに、紙のドリルをICTに置き換えると、採点の時間の削減になったり、誤答の傾向を的確にとらえたりすることができます。Google Formsやロイロノートなどを用いて、小テスト形式で作成することもできますし、AIドリルが導入されている自治体では、積極的に活用していくことで、一人ひとりに応じた個別最適な学習を通して、スキルの習得が可能になると考えられます。

ドリルなどで得られるデータは、どれだけ練習したかという量的なものと、どのように答えたかという質的なものに分けられます。個別最適な学習を進める上では、量だけでなく、質に着目することも重要です。

例えば「255人は□人の85％です。」という問題で、「255×0.85＝216.75」としてしまっている場合、「百分率を小数に変換することはできているが、答えを吟味することができていない」ととらえるのか「百分率を小数に変換することはできているが、基準量をとらえられていないため、演算決定ができていない」ととらえるのかでは、その後の指導が変わるはずです。前者であれば「人数なのに小数になるのはおかしいのでは」という支援になりますし、後者であれば、「図をかいて考えてみよう」という支援になるでしょう。

指導のポイント 2

ドリルを単純に繰り返すだけでなく、得られたデータを分析して、間違いの多かった問題をくりかえし出題したり、誤答に応じた手立てを、子どもたちにフィードバックしたりすることが重要です。

4 グラフに表して考える

これからの時代を見据えて、データの活用の指導を充実することが求められています。データの活用は、ICT活用に最適の場面でもあります。

例えば、表計算ソフトを使うことで、表やグラフを作ることが簡単にできます。同じデータを活用して異なるグラフで表現することも容易です。そして、相手に伝えたいことによって、適切なグラフに表すことが大切であることを次のように学習できます。

①好きなスポーツについて調査し、データを集める
②データをもとに表計算ソフトを用いて、いろいろなグラフに表してみる
③自分の主張したいこと伝えるのに適切なグラフを選択する（例えば、アからウのような例をあげてもよい）
　ア １組ではバスケットボールが多い。
　イ 野球が好きな人は４組で多い。
　ウ 学年で一番人気があるのはバスケットボールだ。

全国学力・学習状況調査の問題を使う

子どもたちにとって割合が難しいことは周知の事実でしたが、ここ十数年で、全国学力・学習状況調査（以下「全国学テ」と略記）により、その実態がよくわかるようになってきました。全国学テでは、毎年のように割合とその関連概念（小数をかけるかけ算、倍の計算、単位量あたりの大きさなど）の問題が出題され、常に「課題あり」と指摘されています。全国学テの『報告書』では、正答率が低かった問題に対して「学習指導に当たって」の項目で、指導のポイントを解説しており、特に重要な問題に関しては「授業アイディア例」が掲載されています。全国学テ『報告書』は、子どもたちにとって難しい問題に目星をつけて、その指導のポイントと方針も示してくれているので、全国学テの問題を使って指導のくふう・改善に取り組んでみるべきでしょう。

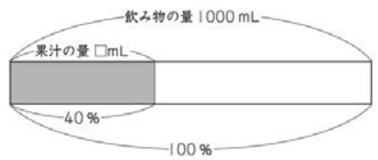
1 割合と基準量から比較量を求める

令和４年度算数 2 (2) には、次のような問題が出ました。

2

果汁入りの飲み物について考えます。

(2) オレンジの果汁が 40 %ふくまれている飲み物があります。
この飲み物 1000 mL には，果汁が何 mL 入っていますか。
答えを書きましょう。



この問題の正答率は 64.8% で、『令和４年度全国学力・学習状況調査報告書：小学校算数』（文部科学省 / 国立教育政策研究所、2022）には「課題のある点」とされていませんが、基準量（もとにする量：1000mL）と割合（40%）から、1000×0.4 で比較量（比べる量：400mL）を求めるという、割合では簡単な問題ですから楽観視できません。また、比較的多い誤答は、250（mL）の 7.1% と 25（mL）の 5.1% であり、これらはそれぞれ、100÷0.4（あるいは正しい式の計算間違い）や 1000÷40 の計算をしたのではないかと想定されます。とすれば、こうした子どもは主に「基準量、比較量、割合の関係」の理解に課題を抱えており、同『報告書』にもその種の指摘がされています。

例えば、他にも、平成 31 年度の全国学テ算数 A 8 は次のような問題でした。

8

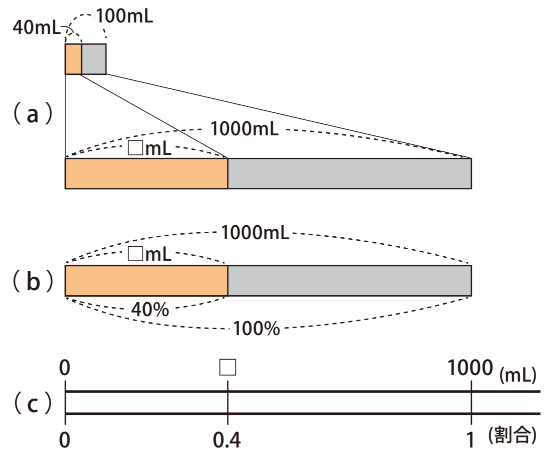
ある会場に子どもたちが集まりました。
集まった子どもたち 200 人のうち 80 人が小学生でした。
小学生の人数は，集まった子どもたちの人数の何%ですか。
下の **1** から **4** までの中から１つ選んで，その番号を書きましょう。

1 0.4 %
2 2.5 %
3 40 %
4 80 %

この問題の正答率は 53.1% であり、典型誤答は２番の 27.6%（200÷80 をしている）だったのです。この実態をみると、令和４年度の方が幾分改善しているようにも見えますが、それでも「基準量、比較量、割合の関係」の理解が潜在的に難しいことは明らかでしょう。

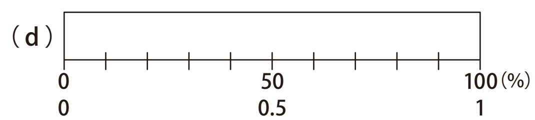
それでは、令和４年度の『報告書』には、どのような指導が推奨されているのでしょうか。『報告書』の「学習指導に当たって」の箇所には、「指導に当たっては、…（中略）…（基準量）×（割合）＝（比較量）などの言葉の式だけでなく、下のように、自分にとってわかりやすい図をかいて数量の関係を捉え、その数量の関係から比較量を求める式を立てることができるようにすることが大切である」（p.41）と指摘され、次の (a)～(c) のような３つの図が掲載されています。

上記の指摘にあるように、個々の子どもが自分にとってわかりやすい図をかくことは大切です。しかし、子ども自ら図をかくことができればよいのですが、それがおぼつかない場合、(b) のような図を教師が提示して、問題場面を理解させるような指導があってよいと思います。



ただし、実際には、(b) のような図を示したとしても全体（基準量）に対する部分（比較量）の割合の理解が進まない子どもに対しては、(b) の図を一緒に作っていく指導が必要です。

例えば、まずは次の (d) のような図（や数直線）を示し、「全体が 100 (%) だとすると、40 (%) はどれくらい」のように発問して、（全体に対する部分の）割合に相当する部分に色を塗らせます。その上で「全体が１だとすると、その 40% はいくつになる」などと聞いて、その色付き部分が全体の 40% (0.4) の割合に相当する部分であることを理解させていくような指導です。「全体が 1000mL だとすると、40% (0.4) にあたる量（大きさ）は、どのように求められる」と聞くのは、上記のような活動をふまえてからのことかもしれません。



また、(a) から (b) の図を作っていくのも有効かもしれません。子どもにとってわかりやすい全体と部分の量を使って自由に「飲み物全体に対する果汁の量 40% の量」を作り、(a) のように図的に全体を 1000 (mL) まで比例拡大して、(b) を作っていく方法です。さらに、自由に「全体に対する 40% の量」が作れるならば、(e) のように表（と比例の考え）を使って、一事例の「40mL と 100mL」から「400mL と 1000mL」と答えを出してもよいかもしれません。実際、『報告書』の (a) の図には「果汁 40% ということは、飲み物の量が 100mL だったら、果汁の量は 40mL だと考えられます。1000mL は 100mL の 10 倍なので、40mL は 400mL になりますね」（p.41）という発言が付されています。

(e)

×10

果汁の量 (mL)	40	80	…	?
飲み物全体の量 (mL)	100	200	…	1000

×10

問題場面の理解ができれば、次は、割合にあたる大きさ（比較量）を求めるための立式ですが、比例数直線図に慣れているのであれば、(b) から (c) を考えたり、最初から (c) の図をかいたりするのがよいでしょう。

いずれにしても、割合の理解や割合問題の解決では、「何が、基準量（もとにする量）、割合、比較量（比べる量）に相当するか」を把握させることが重要で、そのために、さまざまな図的表現を使い、問題場面の数量関係の把握の下に、それらを「（基準量）×（割合）=（比較量）」のような関係式で表していくのが定石です。子どもが使いやすい図を、いつでもどこでも使えるようにするというのは、割合関連の単元の重要な目標になります（最初から式だけというのは、代替手段が無いのですからいただけません）。

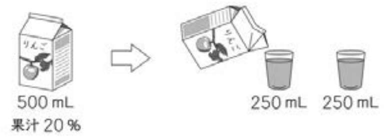
2 具体的場面による割合の理解

続く令和４年度算数 2 (3) には、次のような問題が出ました。

３択問題ですが、正答率は 21.6% と低く、『報告書』でも「課題あり」と指摘されている問題です。典型誤答は１番の 67.7% で、指導者として、この実態は把握しておくべきでしょう。

おそらく教室で、「飲み物を分けたとき飲み物の『濃さ』は変わりますか」と発問してから解答させれば、正答率は大きく変わったと思われますが、それでも、割合を学習する時期に、濃さ、シュートの成功率、割引率、速さ、混み具合などが変わらないということが、すべて（異種量間の割合も含めて基準量に対する比較量の）「割合が変わらない」ということであると、統合的に把握している子どもは少ないと思われます。逆に、日常的な具体的場面に関連づけて割合を理解させることが、抽象的概念としての割合の理解を支えますので、指導のくふうが問われるところです。

(3) りんごの果汁が 20 %ふくまれている飲み物が 500 mL あります。
この飲み物を２人で等しく分けると，１人分は 250 mL になります。



250 mL の飲み物にふくまれている果汁の割合について，次のようにまとめます。

> 250 mL は，500 mL の $\frac{1}{2}$ の量です。
> このとき，［ ㋐ ］

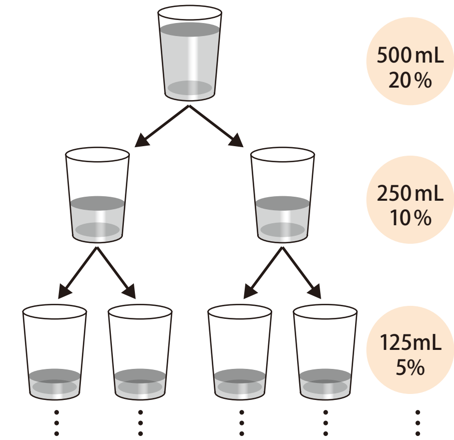
上の㋐にあてはまる文を，下の **1** から **3** までの中から１つ選んで，その番号を書きましょう。

1 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になると，果汁の割合も $\frac{1}{2}$ になります。
2 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になると，果汁の割合は２倍になります。
3 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になっても，果汁の割合は変わりません。

『報告書』では、この問題に対する「授業アイディア例」が記載されていますので (p.50-51)、詳細はそちらに譲りますが、次の３つの場合を考えさせるというのが指導のポイントです。

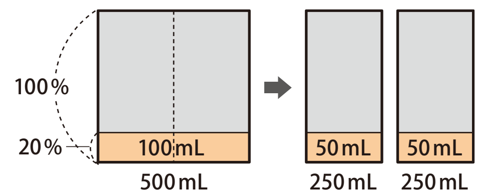
① 飲み物の量（全体量）が変わったときの割合の変化を考える。

飲み物中の果汁の割合のように、均等に混じった液体を分けても、その割合は変わりません。この状況は、『報告書』にある、次の図に集約されており、「全体量を半分にし続けたとき、飲み物の濃さも薄くなっていくのか」という問いに対しては、子どもも「変わらない」と答えるでしょう。とすれば、「割合が変わらない」とはどのような意味で、「割合が大きい・小さい」という意味はどのような意味（状況）か、多数の日常的場面・事象を取り上げ、対話的な授業を作っていくことが重要になるでしょう。



② 果汁の量を求めて割合の変化について考える。

「割合が変わらない」という意味の概括的な把握ができたら、実際に「飲み物の量を半分にしたとき、果汁の割合が変わるか」を調べてみるという活動は重要になります。上の図を下のような抽象的・汎用的な面積図に置き換えてから、果汁の割合がどちらも「50÷250=0.2」と求められ、どちらも「同じ 20%」と確認することは、算数の学習としては重要なステップです。



③ 飲み物の量をさらに変えた場合についても考える。

最後に、①の図にもあるように、飲み物の量を更に半分にしても、濃さ（割合）が変わらないことを確認しておきましょう（本当は「どのように変えても割合は変わらない」ですが、２量の計算を軽減するために「半分にしても」が好都合です）。これは、②の右側の面積図をさらに半分にすることであり、最終的には、下のような表によるまとめになるかもしれません。

飲み物の量	果汁の量	果汁の割合
500 mL	100 mL	20 %
250 mL	50 mL	20 %
125 mL	25 mL	20 %

こうした表を使って２量とそれらの割合をまとめて割合を比較する活動は、割合の導入時に（例えば、輪投げの回数・はいった回数・成功率のような３つの数値で「輪投げのうまさ」を比較する文脈で）学習しているはずなので、なじみのあるまとめ方かもしれません。しかし、子どもにとっては、飲み物の量と果汁の量は比例的に変化しているのに、最右列の果汁の割合だけは変化しない（比例の状況なので当然なのですが）という形は、案外なじみのないものかもしれません。逆に、こうした表を使って割合や簡単な場合の比例をとらえ直したいものです。

文部科学省 / 国立教育政策研究所（2022）.『令和４年度全国学力・学習状況調査報告書：小学校算数』. 文部科学省 / 国立教育政策研究所.（https://www.nier.go.jp/22chousakekkahoukoku/report/data/22pmath.pdf）

倍・割合の考えの系統

※左上の 1 2 などは、1～6年までの一般的な指導の流れを示しています。
また、5 のように色がついている箇所は、特に割合の考えにつながる内容を示しています。

	1年	2年	3年	4年	5年	6年
割合の第2用法（比較量＝基準量×割合）	1 同じ数ずつまとめる ・10のまとまりをつくる ・2とび、5とびで数える	4 乗法の意味 ・1つ分の大きさ×いくつ分＝全部の数 6 倍 ・何倍にあたる大きさ（比較量）を求める 7 九九の構成 ・前の積に累加し、絵やブロックなどを横に並べる	10 乗法の筆算 ・被乗数を何十、何百へ拡張（何十、何百×1位数） ・被乗数を2、3位数へ拡張（2、3位数×1位数） 14 乗法の筆算 ・乗数を2位数へ拡張（2、3位数×2位数） 11 倍の第2用法 ・何倍にあたる大きさ（比較量）を求める	19 小数の乗法 ・被乗数を小数へ拡張（小数×整数）	24 小数の乗法 ・乗数を小数へ拡張（整数、小数×小数） 23 簡単な比例 ・2つの数量の関係を考察する	33 分数の乗法 ・被乗数を分数へ拡張（分数×整数） 35 分数の乗法 ・乗数を分数へ拡張（分数、整数×分数）
割合の第3用法（基準量＝比較量÷割合）／等分除	3 まとめて数える ・等分除の素地活動		8 除法の意味（等分除） ・1つ分の大きさを求める 13 倍の第3用法 ・1つ分の大きさ（基準量）を求める	15 除法の筆算 ・2、3、4位数÷1、2位数へ拡張 20 小数の除法 ・被除数を小数へ拡張（小数÷整数） ・わり進む等分除の場面	25 小数の除法 ・除数を小数へ拡張（整数、小数÷小数）	34 分数の除法 ・被除数を分数へ拡張（分数÷整数） 36 分数の除法 ・除数を分数へ拡張（分数、整数÷分数） 39 比例 ・$y=a\times x$
				17 整数倍の適用 ・整数倍関係の場面の3用法 ・基準量を1とみる	27 平均 ・1つ分（平均）を求める ・平均をもとに合計を求める 28 単位量あたりの大きさ ・異種の2量の比べ方 ・単位量あたりの場面の3用法 29 速さ ・速さの比べ方 ・速さの場面の3用法 30 小数倍の適用 ・小数倍関係の場面の3用法 32 割合 ・同種の2量の比べ方 ・割合の3用法	37 分数倍の適用 ・分数倍関係の場面の3用法 38 比 ・比の3用法
割合の第1用法（割合＝比較量÷基準量）／包含除	2 まとめて数える ・包含除の素地活動	5 倍 ・倍の意味	12 倍の第1用法 ・いくつ分を求める除法で、何倍を求める 9 除法の意味（包含除） ・いくつ分を求める	18 簡単な場合の割合 ・基準量を決めて倍で比べる（整数倍） ・割合の意味 22 小数倍 ・基準量を決めて倍で比べる ・基準量を1とみる 16 除法の筆算 ・2、3、4位数÷1、2位数へ拡張 21 小数の除法 ・被除数を小数へ拡張（小数÷整数） ・あまりのある包含除の場面	31 分数倍 ・基準量を決めて倍で比べる 26 小数の除法 ・除数を小数へ拡張（小数÷小数） ・あまりのある包含除の場面	

MATHEMATICS

いまさら聞けない!? 初歩の初歩 割合指導のABC

日文 教授用資料
令和5年(2023年)3月10日発行
編集・発行人　佐々木秀樹
発行所　日本文教出版株式会社
〒558-0041　大阪市住吉区南住吉4-7-5
TEL：06-6692-1261

CD33645

日本文教出版 株式会社
https://www.nichibun-g.co.jp/

大阪本社	〒558-0041　大阪市住吉区南住吉4-7-5	TEL:06-6692-1261　FAX:06-6606-5171
東京本社	〒165-0026　東京都中野区新井1-2-16	TEL:03-3389-4611　FAX:03-3389-4618
九州支社	〒810-0022　福岡市中央区薬院3-11-14	TEL:092-531-7696　FAX:092-521-3938
東海支社	〒461-0004　名古屋市東区葵1-13-18-7F・B	TEL:052-979-7260　FAX:052-979-7261
北海道出張所	〒001-0909　札幌市北区新琴似9-12-1-1	TEL:011-764-1201　FAX:011-764-0690