日文教育資料［算数・中学校数学］

算数・数学情報誌【ルート】

# √ROOT

2017
No.20

本資料は,「教科書発行者行動規範」に則り，配布を許可されているものです。

日文の実践事例、教科情報
詳しくはWebへ！ 日文 検索

未来をになう子どもたちへ
日本文教出版

マテマ！R
問題編
えノモリナガ・ヨウ
これはなに？
最新式の数学デュエルゲームだな。
数学者のキャラクターで戦うゲームだ。
やってみていい？！
ネイピア
ラマヌジャン
ヒュパティア
ヒュパティア
P
•ヒュパティア→ネイピア→ラマヌジャンの順で行動する。
•ターゲットを選んで攻撃し、攻撃が成功すればターゲットは脱落する。
ラマヌジャン
・攻撃は必ず成功。
ラマヌジャン
ヒュパティア
・攻撃は1/3の確率で成功。
はやてさんはヒュパティアだな。最後まで脱落しなければ勝ちだ。
ネイピア
・攻撃は2/3の確率で成功。
ネイピア
3回に1回しか攻撃が成功しないよ？！
ターゲットを選んで攻撃しないと必ず失敗するから気をつけろよ。
これ……どう考えても勝てないんじゃ…
必ず勝てるわけではないが、勝ちやすくはできるぞ！
どう行動すればいいだろうか？
解答編へ

# √ROOT 2017 No.20

CONTENTS

マテマ！R
問題編 モリナガ・ヨウ

2
Hello, Mathematics !
滋賀大学データサイエンス学部 学部長
竹村 彰通
注目度高まる統計
統計が活躍する世界とその将来に向けて

6
学習指導要領の改訂のポイント
小学校算数科編
福岡教育大学教授 清水 紀宏

10
学習指導要領の改訂のポイント
中学校数学科編
鹿児島大学教授 山口 武志

14
読み解く数学偉人伝
パスカル
桐蔭横浜大学准教授 城田 直彦

16
プログラミング的思考のすすめ
小学校プログラミング教育の幕開け
青山学院大学客員研究員 竹中 章勝

18
三角パズルで論理力を育てよう！
サイエンスライター 鍵本 聡

20

マテマ！R
解説編 天理大学教授 上田 喜彦
解答編 モリナガ・ヨウ

表紙写真説明

ロマネスコは花蕾がフラクタル形態をしている野菜です。
ROOT No.20の表紙では，自然界に潜む数学としてロマネスコを取り上げました。


取材協力　滋賀大学データサイエンス学部（P.2～5）
　　中村編集デスク（P.2～5）
イラスト　山本　篤（P.5）
　　藤井　美智子（P.14～17）
デザイン　株式会社 京田クリエーション

Hello, Mathematics!

# 注目度高まる統計 統計が活躍する世界とその将来に向けて

滋賀大学データサイエンス学部　学部長
竹村（たけむら） 彰通（あきみち）

**新しい学習指導要領では統計教育の充実が図られています。統計は医療やスポーツ，ビジネスなど，私たちに身近なあらゆるシーンで活用されています。そんな統計学を含むデータの取り扱いについて学べるデータサイエンス学部を，平成29年4月に国内で初めて創設された竹村彰通先生に，統計学やデータサイエンスの魅力と課題についてお話を伺ってきました。**

## 統計やデータは，何かを意思決定するときの根拠を与え，後押ししてくれるもの。

**――統計学が私たちの生活の中で使われているシーンは，どのような場面がありますか。**

例えば人口の正確な数や増減などの動きの予測です。学校が新設されるときなどは，出生届などのデータを集め，将来の人口を推計して決められます。

街を歩けば「この辺りの地域で最近子どもの数が少ないな，減ったな」と感じることはできますが，正確な数は分かりませんよね。ましてや子どもの人数が今後どのように変化していくのかの予測は難しく，統計を用いないと求めることはできません。

このように，国や地方自治体のいろいろな計画を立てる際にも統計は必要です。何かを決めるときには根拠に基づく数字が必要で，統計は人が何かを意思決定するときに後押しをしてくれるものです。

## スポーツ界ではすでに，データを活用することの強みが発揮されています。

**――最近，統計学の注目度が特に増した分野はありますか。**

TVで野球を観ていると，昔より画面に数字がいっぱい出てくるようになりましたね。データを見れば「このピッチャーはこういうタイプだ」と分かります。

また前のオリンピックの女子バレーボールでは，眞鍋（まなべ）監督がタブレットを使って選手に指示を出す姿が有名になりました。背後にデータを分析するスタッフがいて，この瞬間はこの作戦がいい，対戦相手の傾向からこの選手がいい，など常にデー

タから状況を分析していたのです。監督はそれを参考に，自分の判断も交えて采配していたようです。

スポーツ界では，普段のトレーニング法や体調管理，対戦相手の情報収集にもデータを活用しています。統計とはちょっと言いづらいですが。

ただ，データだけで全部が分かるわけではありません。数字としてデータにとりやすい情報，とりにくい情報もあります。また人間はその日の調子の良し悪しもあり，データ通りにいかないときもあります。人の判断とデータは補完し合うものです。

## ID付きPOSデータなど，ビッグデータも活用されています。

**――ビッグデータという言葉もよく見るようになりましたね。**

昔は商品の動きをみるためのPOSデータが活用されていました。これはどういった商品が「いつ」「いくつ」「いくらで」「何と一緒に」売れたかが把握できるものです。今はポイントカードなどの導入で，人の動きが見れるID付きPOSデータという情報が蓄積されています。個人情報はある程度制限された上で，どのような人が（年齢層，性別など）が何をどんな頻度で買ったのかが把握できる履歴付き情報です。↗

↘自分のポイントカード番号からネットで「あなたは現在，○ポイント取得しています」と調べられます。「あなたへのオススメ商品」が表示される事もあります。買い物の履歴がデータベースにあるからですね。

最近，規模の小さな小売店が，次々と巨大なデータベースをもつ大手企業の共通ポイントカードを取り入れています。自社で顧客の購買情報を管理するには，独自のシステム開発やカード発行，メンテナンス等にコストがかかるためです。そこで，小売店はデータ管理を大手企業に任せ，自分のお店に必要なデータだけを買い取ります。

このしくみだと，情報やデータをより多く持つことになる大手企業はサービス・販売力をより強化できるようになります。

## 統計やデータについても多角的な視点で捉える必要があります。

**――全国的な調査の中には，国勢調査のほかに全国学力・学習状況調査がありますね。**

全国学力・学習状況調査は本来，日本の子どもの学力の様子や傾向などを調べるものですね。「どこが学力の高い県か」を調べたり，競ったりしたいわけではなく，地域ごとの違いや特徴を知りたいのですよね。だから普段，学校で教えない事も問う，応用力をみる設問もあります。嫌がられる声もありますが，個人の能力判定の為ではなく，教育を集団のデータとして捉え今後を考えるための，大事な調査だと思います。

## 相関が強くても，因果関係があるとは限りません。

**――データに触れる機会が増えた私たちが，注意することはありますか。**

例えば教育の話で，「朝ごはんを食べている子は成績がよい」という説があります。調査の結果，朝ごはんの食べ具合と成績の良さとの相関が強かった。では，朝ごはんさえ食べれば学力は上がるのかというと，そうではないですね。一見，因果関係のありそうな事象があっても，実はそれとは違う，他の事象が原因になっている場合はないかよく調べる必要があります。そういう「見かけの相関」には気をつけなくてはいけないですね。

## AI（人工知能）が進化しても，しばらくはデータサイエンティストは必要だと思います。

**――いまデータサイエンティストは話題の職業になっていますが，いずれ AI に取って代わられてしまうのでしょうか？**

未来がどのような状況になるかは分かりませんが，しばらくはデータサイエンティストは必要だと思っています。AIからイメージされる未来のシーンは「あらゆるものには正しい答えがあって，それを人工知能が見つけてくれる，答えを出してくれる」みたいな，そういう感じですよね。

しかし同じ状況を与えられても人によって判断が異なるように，同じデータを見ても解釈は異なります。人間の世界には思惑（おもわく）もあり，会議で人が集まって意見をすり合わせています。AI は報道などの期待が先行している感じがします。例えば囲碁の世界では AI の進出は意外なくらい早かったですが，囲碁はルールが明確な世界です。実際の社会では，複雑な事情もからみあっており，データだけでは決まらない要素も沢山あるので，人工知能が活躍する場が増えることはあっても，最終的な判断は人がしないといけないでしょう。

## データの精度を上げるためには，提供者のデータへの知識と協力が欠かせません。

**――個人情報を提供することには心配な声もありますよね。**

はい。買い物のときのポイントのように直接還元できる利益なら，本人も履歴を提供することに抵抗は少ないでしょう。ただ，国全体の調査などは，情報を提供しても本人には直接的なメリットを感じにくいせいか，拒否される方もいて問題になっています。国勢調査などは，各自治体への補助金の根拠になることもあります。もし人口が少なく見られてしまうと，補助金が減り困る人が出てくるかもしれません。間接的なメリットではありますが，地域にとっては大きな意味があり，正確なデータをより多く取得できるよう協力しあうことが社会全体の利益につながります。

今は個人情報を守るという意識が大切にされています。データがどう使われているか，意義を知っていただいた上で協力してくだされればと感じています。

# 日本のデータサイエンティストの育成状況は危機的，待ったなし

**――滋賀大学でデータサイエンス学部を日本で初めて創設した理由を教えてください。**

日本ではデータサイエンティストが足りていない，育成できていないという危機感があったからです。例えばアメリカの場合，統計学の修士学位取得者が毎年およそ 3500 人います。日本には統計学という学位はなく，経済学などの中にある研究室から統計学を学んだ方は毎年約 100 人ぐらいだと感じています。

アメリカでは統計分野に強い人材は人気があ

り，世界的に活躍している企業では，データ取得・分析できる人材を高い報酬で雇用しています。日本ではごく一部の企業を除き，ものづくりは強くてもデータサイエンスの分野では大きく差が開いているのです。

▲滋賀大学　彦根キャンパス

## データサイエンティストには，「プレゼン力」や「柔軟なメンタル」も必要。

**――いくら優れた分析ができても，相手に伝えられなければ意味がありません。**
**データサイエンス学部では，プレゼンテーション力も育成されますか？**

結構プレゼン力は鍛えています。学生同士でよく研究報告し合う機会をもち，お互いにこの見せ方はいい，ここは悪い，など意見を出し合います。教授から一方的に授業を受けるだけではなく学生同士が教え合う，インタラクティブな時間です。中には相手に質問したり批判したりすることが苦手で，先生から教わる姿勢が強い学生もいますが，意見を出し合うことを重視しています。また授業では現実世界で不確実性は常にあるということにも慣れていってもらいます。必ず確実な答えは一つきりだ，という考えでいると弱点になるでしょう。

**――これから沢山のデータサイエンティストが育つといいですね。**
**竹村先生，ありがとうございました。**

**竹村 彰通**（たけむら あきみち）

滋賀大学データサイエンス学部長。音楽家を目指し，全日本学生音楽コンクール（小学校ピアノ部門）に小６で優勝する。その後，進路変更し東京大学経済学部に入学。卒業後は米国に留学し統計学の博士号を取得し，米国の大学や東京大学で統計学を教える。日本の統計学の強化に尽力し，『日本統計学会』会長も務めた。

学習指導要領の改訂のポイント

# 小学校算数科編

●福岡教育大学教授 清水 紀宏

## はじめに

平成 29 年 3 月 31 日に，小学校の新学習指導要領(以下,新指導要領)が告示されました。本稿では，今回の改訂で注目したいことを筆者なりに述べてみます。

## 1 資質・能力の３つの柱からの目標の整理

(1) 目標や内容の示し方

総括目標は次のような記述となっています。

> 数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。
> (1) 数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理解するとともに，日常の事象を数理的に処理する技能を身に付けるようにする。
> (2) 日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力，基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。
> (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさに気付き，学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度，算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

総括目標の (1) ～ (3) 及び各学年の目標の (1) ～ (3) が，資質・能力の３つの柱（「知識・技能」，「思考力・判断力・表現力等」，「学びに向かう力・人間性等」）に沿って記述されています。また，各学年の内容については，「○○に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。」というリード文の後，ア（知識及び技能），イ（思考力・判断力・表現力等）という２つの柱で内容が記述されています。例えば，新指導要領の第６学年「C 変化と関係」の (1) は次のように示されています。

> (1) 伴って変わる二つの数量に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。
> ア　次のような知識及び技能を身に付けること。
> (ｱ) 比例の関係の意味や性質を理解すること。
> (ｲ) 比例の関係を用いた問題解決の方法について知ること。
> (ｳ) 反比例の関係について知ること。
> イ　次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。
> (ｱ) 伴って変わる二つの数量を見いだして，それらの関係に着目し，目的に応じて表や式，グラフを用いてそれらの関係を表現して，変化や対応の特徴を見いだすとともに，それらを日常生活に生かすこと。

総括目標の内容はこれまでの算数科教育で重視されてきたことばかりです。ここでは，特に注目したい点を取り上げてみます。

**(1)「知識・技能」**

「知識・技能」については，総括目標の『日常の事象を数理的に処理する技能』という文言が注目されます。これは計算技能のような基礎的な技能だけでなく，問題解決のための知識（方法知）なども含みつつ，広くその意味を捉えるべきでしょう。

このことを第６学年の「比例」を例に考えてみましょう。平成 20 年告示の学習指導要領では，第

６学年で指導する比例について「D 数量関係」の（2）で次のように示されていました。

（平成 20 年告示）

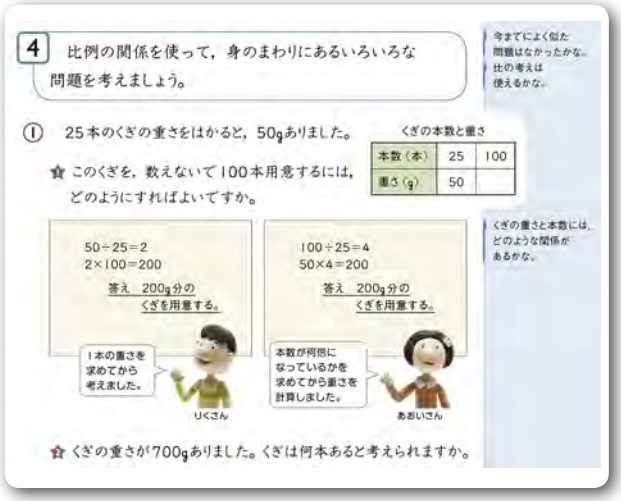
> （2）伴って変わる二つの数量の関係を考察することができるようにする。
>
> ア　比例の関係について理解すること。また，式，表，グラフを用いてその特徴を調べること。
>
> イ　比例の関係を用いて問題を解決すること。
>
> ウ　反比例の関係について知ること。

この D（2）イでは『比例の関係を用いて問題を解決すること。』と記述されていて，新指導要領 C（1）ア（イ）では『比例の関係を用いた問題解決の方法について知ること。』と記述されています。微妙な違いかもしれませんが，単に問題を解決することだけでなく，問題を解決する「方法」が獲得すべき知識の対象となっていることに注意が必要です。

比例の関係を用いた問題解決の方法には，概ね次のような過程が含まれています。

- ある数量を直接調べることが難しい場面において，その数量と比例の関係にある（とみなされる）他の調べやすい数量を見いだす。
- 二つの数量の比例関係を表や式，グラフを用いて表現し，変化や対応の特徴を見いだす。
- 見いだした比例関係を用いて，問題を解決する。

この比例の活用について，現在の日本文教出版の教科書では，次のような展開になっています。




▲小学算数６年下，P.25

この問題では，直接調べるのが面倒な 100 本の釘を用意するという場面があります。重さは（はかりさえあれば）簡単に調べられること，釘の本数が重さに比例することを見いだし，表などでこの問題を解決します。また，釘の重さがわかっているときに，釘のおよその本数を求めることができることもここでは扱っています。

この問題解決の過程を振り返ることで，比例の関係を用いた問題解決の方法を「方法知」として顕在化し，それを身に付けさせるような指導が今後一層求められてくるといえましょう。

**（2）「思考力・判断力・表現力等」**

「思考力・判断力・表現力等」については，『日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力』と共に『基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力』『数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力』など，算数科でこそ育成したい能力が記述されています。

とりわけ，「統合的・発展的」という用語が総括目標の文言に使用されたのは，昭和 43 年告示の学習指導要領以来のことで，この観点からの教材開発や授業構成などを検討していく必要があるでしょう。ただし，統合・発展については，過去の算数教育の理論や実践を踏まえつつ，今日的な算数教育へとつなげていくという姿勢が必要であると思います。

**（3）「学びに向かう力・人間性等」**

「学びに向かう力・人間性等」については，これまで重視されてきた「数学的活動の楽しさや数学のよさに気付くこと」，「生活や学習に活用しようとする態度」に加え，「学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度」が明示されたことに新しさがあると感じます。振り返りの重要性については，後でも取りあげます。

## 2 数学的な見方・考え方の再整理

中央教育審議会答申（2016；以下，中教審答申）では，算数科・数学科における「数学的な見方・

考え方」について，『「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」として再整理する。』(P.141)としています。この「再整理」をどのように捉えるかが，これからの算数教育を考える上で極めて重要であると思われます。実際，総括目標のリード文『数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。』から示唆されるように，「数学的な見方・考え方」は数学的な資質・能力の３つの柱の１つではなく，資質・能力（「知識・技能」，「思考力・判断力・表現力等」，「学びに向かう力・人間性等」）の育成に際して常に働かせていくものと想定されています。

そうはいっても「数学的な見方・考え方」の構造上，それは３つの柱の１つの「思考力・判断力・表現力等」と密接に関わるものです。実際，新指導要領の各学年の「２内容」における「思考力・判断力・表現力等」の記述では「○○に着目し，△△すること」という記述で統一されています。

例えば，第２学年の「B 図形」の（1）を（知識・技能も併せて）見てみましょう。

(1) 図形に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

(ｱ) 三角形，四角形について知ること。

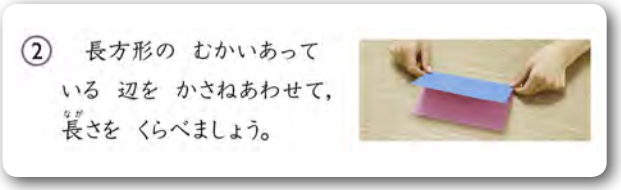
(ｲ) 正方形，長方形，直角三角形について知ること。

(ｳ) 正方形や長方形の面で構成される箱の形をしたものについて理解し，それらを構成したり分解したりすること。

イ　次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ｱ) 図形を構成する要素に着目し，構成の仕方を考えるとともに，身の回りのものの形を図形として捉えること。

ここで着目すべき図形を構成する要素とは，三角形や四角形の学習では辺（の本数）ですし，長方形，正方形，直角三角形では辺の長さや直角です。これらの図形を構成するときに，辺と辺が離れていてはいけないことや，長方形の向かい合う辺が等しいことなども理解させる必要があります。第２学年の子供にこれらのことを理解させるために点と点を定規で結んで図形を作図したり，紙を折って直角を作ったり，長方形の紙を折って向かい合う辺を重ねてみるなどの数学的活動が必要なことは明らかでしょう。




▲小学算数２年上，P.109

図形の構成要素やそれらの関係に着目させることや，そのための活動を仕組むことは，これまでの指導でも重視されてきたことです。これまでの教材解釈や活動構成及び実際の指導を「見方・考え方」という観点から今一度見直すことが求められます。上の第２学年の記述でわかるように，知識及び技能は（内容が削減されていないので）従前に対応した具体的な記述となっていますが，「思考力，判断力，表現力等」については，概括的な記述になっています。アの知識及び技能に対応させつつ，どのような見方・考え方を働かせることが必要で，そのためにどのような活動や授業展開がふさわしいか，というように記述を読み解いていく必要があります。

## 3 数学的活動の一層の充実（方法知，発展など）

「数学的な見方・考え方」と共に，総括目標では「数学的活動を通して」という文言も資質・能力の育成に全体的に「係って」います。

これまでの算数的活動は各学年について５つないし４つの例が挙げられていました。これに対して，新指導要領の数学的活動は，次のように整理されています（表現は筆者による）。

① 数量や形（図形）を見いだしたり，それに関わったりする活動

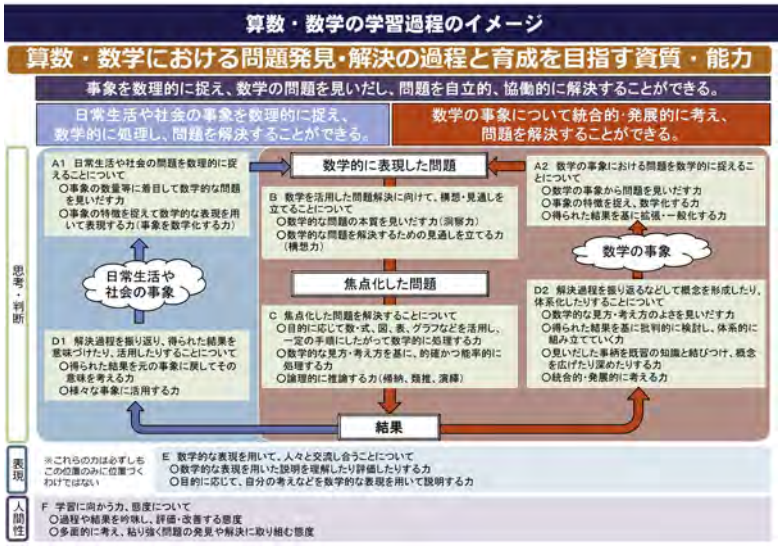
② 日常生活の問題を解決する活動

③ 算数の問題を解決する活動
④ 問題解決の過程や結果を表現し伝え合う活動

今回の学習指導要領の改訂は，幼・小・中・高の接続が至るところで意識されています。実際，第６学年の数学的活動と中学校第１学年の数学的活動の記述は非常に似たものになっています。

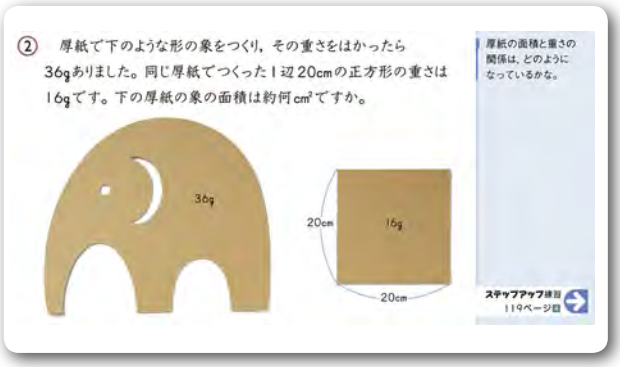
①の数学的活動は第１～３学年に位置づけられています。第４～６学年や中学校でも，数量や図形に関わることは大切でしょうが，こうした活動を小学校下学年で一層重視したいという想いが見て取れます。子どもが親しみをもちながら，数学に関わり，数学的な資質・能力が育まれるような活動を検討していく必要があります。

また，②～④の数学的活動は「問題解決」が色濃く出ているものとなっています。これらの数学的活動は中教審答申で示された「数学的に問題解決する過程」（P.141）との関連から，そのねらい等を検討する必要があります。WG のまとめ（資料 4）は学校段階別に示されたものではありませんので，これをベースにしつつも算数科として数学的活動のねらいをどのように捉え，指導に反映させるかが課題となります。




例えば，この図を見ると，日常生活や社会の事象から始まる問題解決の過程（図の左側）と数学の事象から始まる問題解決の過程（図の右側）があります。ここでは，結果が出た後，その結果を振り返り，得られた結果を（日常生活等で）意味づけたり，活用したりする場合（図では左側に進む）と，その結果を振り返るなどして概念を形成したり，体系化したりする場合（図では右側に進む）が想定されています。

前述した比例の学習でも，比例を活用した問題解決の方法を様々な事象に活用していくことが求められます。




▲小学算数６年下，P.25

いわゆる「１時間１問主義」のような授業ではなく，問題解決の後の「振り返り」を契機とする「深い理解」，「統合・発展」，「問題設定」，「他の事象への活用」といった豊かな学習が実現するような授業を展開していく必要があります。

## おわりに

「２内容」は「A 数と計算」，「B 図形」，「C 測定」（下学年），「C 変化と関係」（上学年），「D データの活用」という５つの領域に再構成されました。「データの活用」領域の新設は，統計教育の充実という今日的要請に応えるものです。また，内容ベースではなく，資質・能力ベースという観点から再構成されています。例えば，測定というプロセスを重視した「C 測定」領域の設定や「２つの数量の関係を考察する」という観点からの「C 変化と関係」領域の設定がなされています。こうした「２内容」の再構成のポイントについても，機会があれば解説できれば幸いです。

●参考・引用文献
中央教育審議会（2016）.『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』（12月21日，文部科学省 HP）

学習指導要領の改訂のポイント

# 中学校数学科編

●鹿児島大学教授 山口 武志

## はじめに

平成29年3月に中学校の新学習指導要領(以下，新指導要領）が告示されました。今後，新指導要領の改訂の趣旨をふまえた研究や実践の推進が期待されるところです。

新指導要領とともに，それに先立って公表された中央教育審議会答申（2016；以下，中教審答申）や算数・数学ワーキンググループによる審議の取りまとめ（2016；以下，WGのまとめ）などをもとに，新指導要領の主要なポイントを筆者なりに整理すると，次の5点になります。

1. 資質・能力に関する3つの柱に基づく目標，内容の明確化
2. 数学的活動の一層の充実
3. 再整理された数学的な見方・考え方
4. 「主体的・対話的で深い学び」の実現による授業改善
5. 主な内容（教材）の変更点

以下では，これらのポイントについて，順に考察してみたいと思います。

## 1 資質・能力に関する3つの柱に基づく目標，内容の明確化

新指導要領では，資質・能力に関する3つの柱，つまり「知識・技能」，「思考力・判断力・表現力等」，「学びに向かう力・人間性等」に基づいて目標や内容が明確化されています。実際，総括目標や各学年の目標は，上述の3つの柱にそって再整理されています。また，各学年の内容も，「知識・技能」と「思考力・判断力・表現力等」の2つの柱にそって記述されています。なお，各内容では，「学びに向かう力・人間性等」にあたるものが具体的に記述されているわけではありません。しかし，それは「学びに向かう力・人間性等」の軽視を意味するものではなく，「学びに向かう力・人間性等」が比較的時間をかけて変容するものであることなどを考慮したものと考えられます。

こうした改訂の方針の背景としては，次の2つをあげることができます。第一は，前述の資質・能力に関する3つの柱が，学校教育法第30条第2項において示された学力の三要素をふまえたものであるということです。第二は，これからの時代や社会では，「何を理解しているか，何ができるか」（知識・技能），「理解していること，できることをどう使うか」（思考力・判断力・表現力等），「どのように社会・世界と関わり，よりよい人生を送るか」（学びに向かう力・人間性等）という3つの資質・能力が総合的に求められるということです。数学科授業の目標や教材の検討にあたっては，こうした2つの背景を十分に認識しておくことが重要であると考えます。

## 2 数学的活動の一層の充実

総括目標や各内容のリード文には，「数学的活動を通して」という文言が含まれています。このように，新指導要領では，「数学的活動を通した学び」が一層強調されています。例えば，第2，3学年の数学的活動としては，次の3つが示されています（下線筆者）。

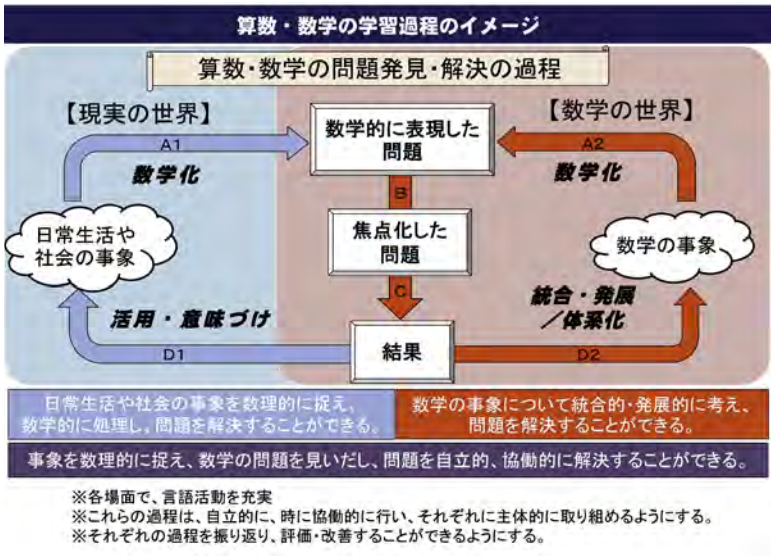
ア　日常の事象や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決したり，解決の過程や結果を振り返って考察したりする活動
イ　数学の事象から見通しをもって問題を見いだし解決したり，解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする活動
ウ　数学的な表現を用いて論理的に説明し伝え合う活動

これら３つの数学的活動は，「日常の事象や社会の事象に関する問題を解決する活動」，「数学の事象に関する問題を解決する活動」，「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」の３つに大別されます。そして，これらの数学的活動は，学年段階に応じて表現は多少異なるものの，中学校３学年に共通するものです。

３つの数学的活動については，次の３点を確認しておくことが重要であると考えます。

第一は，これまでの指導要領における数学的活動の意義を継承しつつも，数学的活動が問題解決の過程を遂行することとして，次のように改めて位置づけられたことです（WG のまとめ，P.5）。

『事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決し，解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程』




▲算数・数学の学習過程のイメージ〔算数・数学の問題発見・解決の過程〕（WG のまとめ，資料４）

第二は，こうした問題解決の過程には，左下の図に示されるように，２つのサイクル（下記のαとβ）が想定されているということです（WG のまとめ，P.5 及び資料４；下線筆者）。

（α）日常生活や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する，という問題解決の過程
（β）数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し，数学的に処理し，問題を解決し，解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする，という問題解決の過程

αは図の左サイクルに対応し，「現実の世界」にかかわる問題解決を主とするものです。一方，βは右サイクルに対応し，「数学の世界」にかかわる問題解決を主とするものです。前述の第２，３学年の数学的活動の場合でいえば，αはアに対応し，βはイに対応するものです。

また，図の下方において「各場面で，言語活動を充実」とあるように，アやイの数学的活動を支える活動として，ウが位置づけられていると考えられます。各学年におけるウの活動については，数，式，図，表，グラフなどといった数学的な表現を用いて，思考の過程や結果を簡潔，明瞭，的確に表現したり，生徒相互で自分の考えを表現し伝え合ったりするなどの機会を充実することが求められていると思います。

第三は，アやイの数学的活動に関する記述からもわかるように，今回の改訂では，問題解決の過程や結果の「振り返り」を通して，学習内容の活用やそれらの統合・発展が強調されているということです。こうした強調は，図では，「活用・意味づけ」（D1）や「統合・発展／体系化」（D2）に端的に表現されています。

毎時間の指導では，図に示された学習過程のすべてに取り組むことが必ずしも求められているわけではなく，場合によっては，その一部に焦点化し，取り組むことがあってもよいと考えます。実際の授業づくりにおいては，図の２つの問題解決の過程を教材ごとに具体化しつつ，生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学的活動の充実が重要になると考えます。

## 3 再整理された数学的な見方・考え方

新指導要領の総括目標は，『数学的な見方・考え方を働かせ』という文言で始まっています。このことに象徴されるように，新指導要領では，算数・数学科のみならず，「見方・考え方」が各教科において強調されています。

算数・数学科における「見方・考え方」について，中教審答申では，これまでの指導要領における位置づけなどをふまえつつ，「数学的な見方・考え方」が『事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること』（中教審答申，P.141）と再整理されています。

再整理された数学的な見方・考え方については，次の２点が重要になると考えます。

第一は，「働かせ」や「着目し」という文言に象徴されるように，学習を方向づける視点や考え方としての数学的な見方・考え方が強調されているということです。例えば，図形の学習における「形に着目する」という見方や，関数の学習における「依存関係にある二量に着目する」といった見方のように，新指導要領では，事象の本質を捉える視点や問題解決の方向性を示す役割としての数学的な見方・考え方が強調されています。

第二は，『「数学的な見方・考え方」は資質・能力の３つの柱である「知識・技能」，「思考力・判断力・表現力等」，「学びに向かう力・人間性等」の全てに働くものであり，かつ全てを通して育成されるもの』（WG のまとめ，P.2）と捉えられていることです。つまり，この指摘は，学習の推進力として働いた特定の数学的な見方・考え方が学習を通じて一層洗練される，と捉えられていることを意味します。

## 4 「主体的・対話的で深い学び」の実現による授業改善

新指導要領では，資質・能力に関する３つの柱に基づく学習内容の明確化とともに，「どのように学ぶか」という視座から，「主体的・対話的で深い学び」（いわゆるアクティブ・ラーニング）が重視されています。「主体的な学び」は，児童生徒自らによる能動的な学びを強調するものであり，「対話的な学び」は，他者との協働的な学びを強調したものであると思います。

一方，「深い学び」について，例えば，中教審「総則・評価特別部会」（2016）の議論では，次のような検討課題が指摘されています。その検討課題とは，「主体的な学び」と「対話的な学び」の２つの趣旨については，教科共通に理解できる視点であるのに対し，「深い学び」は各教科の特性に応じて示される必要があるというものです（P.2）。

こうした指摘をふまえ，中教審答申や WG のまとめでは，算数・数学科における「深い学び」が次のように説明されています。

『算数科・数学科では，数学に関わる事象や，日常生活や社会に関わる事象について，「数学的な見方・考え方」を働かせ，数学的活動を通して，新しい概念を形成したり，よりよい方法を見いだしたりするなど，新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し，思考，態度が変容する「深い学び」を実現することが求められる。』（中教審答申，P.143）

さらに，WG のまとめでは，図に示されている２つの問題解決の過程の視座から，算数・数学科における「深い学び」が次のように具体的に説明されています。

『算数・数学で学習した内容を活用して問題を解決し，得られた結果の意味を元の事象や既習の知識と結び付けて捉えなおし知識や方法を統合し，更に発展する活動を設けることなどが重要である。』（WG のまとめ，P.12）

これらの説明を見ると，数学科における「深い学び」については，次の２点が重要であると考えます。

第一は，『新たな知識・技能を身に付け，知識の構造や思考，態度が変容する』とあるように，「深い学び」の深化の対象は，基本的には，資質・能力に関する３つの柱であるということです。ただし，「深い学び」では，学習内容の振り返りや活用による理解の深化，学習内容の統合・発展が特に求められており，それらは前述の数学的活動の充実にも連動するものです。

第二は，「よりよい方法を見いだしたりする」という文言があるように，問題解決の方法の洗練も重視されているということです。このことは，数学的な問題解決にかかわる，いわば方法知を重視したものと考えられます。

これらの点を意識しながら，今後，「主体的な学び」と「対話的な学び」との連関を図りつつ，数学科に固有の「深い学び」の在り方を具体化することが求められるように思います。

## 5 主な内容（教材）の変更点

今回の改訂によって移行された内容（教材）及び新規に扱われることになった内容（教材）を整理すると，次のようになります。

〔第１学年〕

- 素数（小５から）
- 多数の観察や多数回の試行によって得られる確率（中２から）
- 平均値，中央値，最頻値，階級（小６へ）
- 累積度数（新規）
- 自然数を素数の積として表すこと（中３から）

〔第２学年〕

- 反例（新規）
- 四分位範囲，箱ひげ図（高校・数学Ⅰから）

〔第３学年〕

- 誤差や近似値，$a\times10^n$ の形の表現（中１から）

こうした内容の移行等のうち，特に注目されることが，「データの活用」領域の内容の充実です。このことについては，次の２点があげられます。

第一は，従来，第２学年で指導されていた統計的確率と数学的確率のうち，統計的確率が第１学年に移行されたことです。このことによって，第１学年から確率が指導されることになり，その充実が期待されます。

第二は，統計教育の充実です。例えば，高校から第２学年に移行された四分位範囲や箱ひげ図について，新指導要領では，『四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り，批判的に考察し判断すること』（下線筆者）となっています。このように，四分位範囲や箱ひげ図に関する単なる解説にとどまるのではなく，それらを用いて，複数のデータ群の分布や散らばりの様子を比較・考察し，何らかの主張の妥当性を吟味したり，意思決定を行ったりするなどの活動の工夫が重要になると考えます。

## おわりに

教育では，時代や社会の要請に応える改善を常に図っていくことが求められています。こうした教育に関する今日的課題としての「流行」を常に意識する一方で，時代は変わっても，数学教育の本質として常に重視しなければならない「不易」の部分も看過すべきではないと考えます。例えば，新指導要領において一層強調されている「数学的活動」には，数学教育の不易が通底しているように筆者は考えます。不易と流行を適切に調和させながら，新しい時代に見合った数学教育を確実に具体化していきたいものです。

●参考・引用文献

中央教育審議会（2016）.『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』（12月21日，文部科学省 HP）.

中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会「算数・数学ワーキンググループ」（2016）.『算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめについて（報告）』（8月26日，文部科学省 HP）.

中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会「総則・評価特別部会」（2016）.『アクティブ・ラーニングの視点と資質・能力の育成との関係について－特に「深い学び」を実現する観点から－』（3月14日，文部科学省 HP）.

読み解く数学偉人伝

# パスカル

人間は（未来のことも）考える葦（あし）である

●桐蔭横浜大学准教授
城田 直彦

## 「未完のゲームの問題」とは？

中学生ならどんな反応をするだろう？　そう思って，私は次の問題を「確率」の単元の冒頭で取り上げたことがあります。元々は賭博の問題でしたが，中学生にそれでは少々まずかろうと思い，私は設定を「みかん」に変えました。

**問題** みかんが 12 個あります。A さんと B さんはコイントスを 5 回して，多く勝ったほうが全てのみかんをもらう――というゲームを始めました。ところが，コイントスを 3 回終えて，A さんが 2 回，B さんが 1 回勝っている状況で，事情があって勝負は中止に。この場合，みかんをどのように配分すればよいでしょうか？

簡単に一般的に言えば，「数回勝負のゲームを途中でやめたとき，賞金をどのように分配すればよいか？」ということです。この問題は「未完のゲームの問題」，あるいは，「得点の問題」と呼ばれている有名な問題です。

## パスカルとフェルマー

じつは，この（ような）問題に関して，1654 年の 4 か月間，ブレーズ・パスカル（1623 ～ 62）とピエール・ド・フェルマー（1601 ～ 65）が手紙のやりとりをしています。二人は一度も直接に会ったことはないのですが，彼らのやりとりが今日の確率論の出発点であるといわれています。

このパスカルは，液体や気体の圧力に関する法則「パスカルの原理」で有名なパスカルです。彼に由来する圧力の単位にパスカル［Pa］があります。また，彼は「人間は考える葦（あし）である」という言葉でも知られています。

一方，フェルマーは「偉大なるアマチュア」と呼ばれたフランスの数学者です。「$n$ を 3 以上の自然数とするとき，$x^n+y^n=z^n$ となる自然数 $x$，$y$，$z$ は存在しない」という「フェルマーの最終定理」が有名ですね。

## 中学生の反応はいかに？

生徒たちは問題の状況をすぐには理解できないようでした。しかし，事態が飲み込めると，彼らは楽しそうにああだこうだと考え始めました。元々が魅力のある問題ですから，彼らが夢中になるのは想像通りでした。

彼らの様子を見て，私はパスカル以降の数学者たちの功績が，現在の私たちにしっかりと根付いていると感じました。たとえば，生徒たちは公正なコインを使えば表裏どちらの面が出るかについては「同様に確からしい」はずだと，あっさりと受け入れていたのです。つまり，確率の計算方法など習っていない中学生でも，未来の事象は「全く予測不可能」ではなく，特定の事象についてはそれが起こる「可能性」を数値として表すことができると知っていたのです。

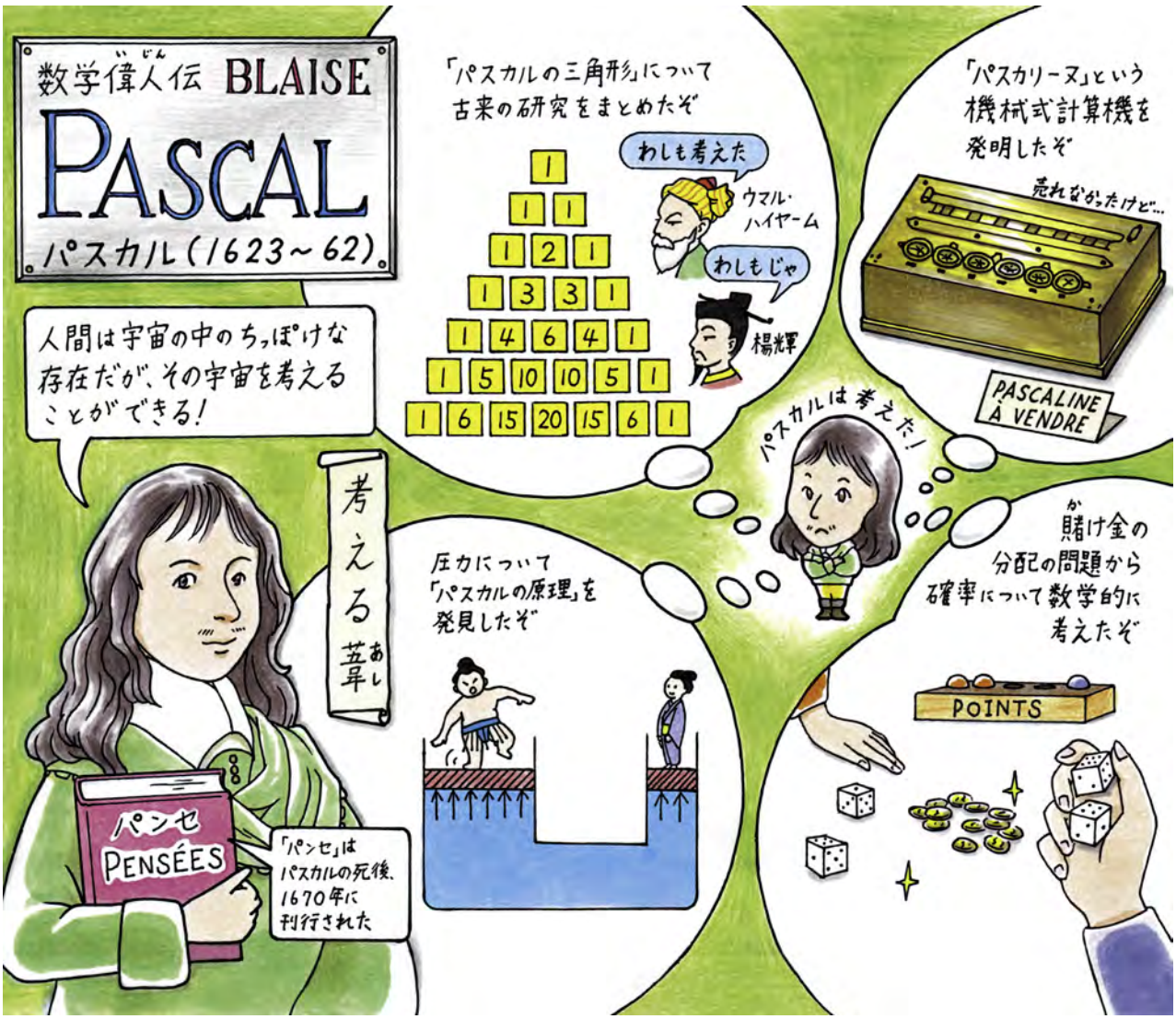
とはいえ，まだ「確率」の学習を受けていない中学生ですから，彼らはパスカル以前の人たちと同じような反応も示しました。

【その 1】最多の意見（クラスの半分以上）は，みかんを 6 個ずつに分けるというものでした。勝負が未完なのだから，勝負はなかったことにして（チャラにして）半々にすればよいというのです。

もちろん，反論する生徒もいます。

「A さんの方が有利なのに，それが反映されていないのはおかしい！」

その反論を聞いてもなお，たとえ自分が A さん




の立場であっても半分ずつの分配で文句は言わないという生徒が多くいて，私は驚きました。

**【その２】**次に多かった意見（クラスの３分の１程度）は，Ａさんが８個，Ｂさんが４個という配分でした。勝ち数の比が２：１ですから，それと同じになるように分配すればいいという案です。

この考え方はクラスのほぼ全員に受け入れられました。しかし，次のように私が問うと，彼らの信念は揺らいだようです。

「コイントスが５回ではなく，55回だったとしても２：１に分けるの？　Ａさんはそんなに有利？」

## 最後までコイントスをしたら…?

Ａさんが有利なのは間違いありません。しかし，まだ勝敗は付いていません。勝敗を決めるためにはあと数回コイントスをする必要があります。つまり，分配率を決めるためには，既に起こったことではなく，これから起こることに基づく必要があるわけです。しかし，そんなことができるのか？――これが当時画期的な考え方だったのです。

**【その３】**残り２回のコイントスを行ったとして，どのような可能性があるか並べてみましょう。

（A,A），（A,B），（B,A），（B,B）

この４つはどれも「同様に確からしい」と言えます。始めの３つならＡさんが勝ち，最後の１つならＢさんが勝ちます。つまり，３：１でＡさんが有利だとわかります。みかんはこの比に合わせて，９個と３個に分ければよいということです。

「なるほど～」

多くの生徒がこの方法に納得しました。しかし，残念ながら，初期の段階でこの方法に気づいた生徒はいませんでした。

**参考文献**『世界を変えた手紙』，キース・デブリン，原啓介訳（岩波書店，2010年）

プログラミング的思考のすすめ

# 小学校プログラミング教育の幕開け

●青山学院大学 客員研究員
竹中 章勝

平成 29 年 3 月に小学校指導要領が告示され，以前から話題になっていたプログラミング教育の取り組みが重要事項として取り上げられています。

同時に学校現場では「どんなことをするの？どう教えたらいいの？　何を使って教えたらいいの？」という声が聞こえてきます。どのように取り組んでいけばいいのでしょうか？

## どのようなことが求められているのか？

まず，言葉の整理をしましょう。平成 28 年 6 月 16 日付で文部科学省が公表した「小学校段階におけるプログラミング教育の在り方について（議論の取りまとめ）」では，プログラミング教育について次のように示されています。

> “子供たちに，コンピュータに意図した処理を行うように指示することができるということを体験させながら，将来どのような職業に就くとしても，時代を超えて普遍的に求められる力としての「プログラミング的思考」などを育成するもの”

この「プログラミング的思考」については，

> “自分が意図する一連の活動を実現するために，どのような動きの組合せが必要であり，一つ一つの動きに対応した記号を，どのように組み合わせたらいいのか，記号の組合せをどのように改善していけば，より意図した活動に近づくのか，といったことを論理的に考えていく力”

としています。

それを受けて指導要領では，主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善の中で，情報活用能力の育成を行う一環として，

> “児童がプログラミングを体験しながら，コンピュータに意図した処理を行わせるために必要な論理的思考力を身につけるための学習活動”

を実施することが求められています。

以上からわかるのは，プログラミング言語習得は目的ではなく，コンピュータに意図した処理を行わせるために必要な論理的思考力を身につけるための学習活動が求められている，ということです。言いかえれば，求められているのは，指示されたように**だけ**動くコンピュータに，どのように「具体的かつ正確に動く手順を指示するか」を，論理的に考える思考力を育成する過程の中で，プログラムという手順をどう表現するか，ということになりそうです。

## 算数科における展開を考える

次期指導要領の算数科では，５学年 B 図形の学習の中で「正多角形の作図を行う学習に関連して，正確な繰り返し作業を行う必要があり，さらに一部を変えることでいろいろな正多角形を同様に考えることができる場面で取り扱うこと」という例示がなされています。

正多角形についてはコンパスや定規などで作図する学習をしますが，例示では，さらにコンピュータで描画するために，「どのようにプログラムで指示し」，「実際にプログラムを書いて実行するか」を考えます。ここでは，手作業ゆえの「コンパスの使い方で角度がずれる」といったブレは排除されます。この活動の流れを整理しましょう。

１）正多角形の性質を知る（どんな図形か）
２）描画のために命令する手順を考える（何をどのくらい動かせば描画できるか考える）
３）うまく行かなかった時はどのように解決するか考える（どこまでが正しく，どこからが意図しない動きだったか確認しどう修正するか考える）
４）他の正多角形を描きながら正多角形と角度の関係を考えてみる

という流れになります。この活動は「仮に人間であっても，その手順で実行すれば正多角形がかける」という点に注意してください。

そして，プログラミングによってコンピュータを意図したように動かすことを考える過程では，

1’）意図した図形を描くという活動のゴールを明確にし，その特徴や要件を確認する

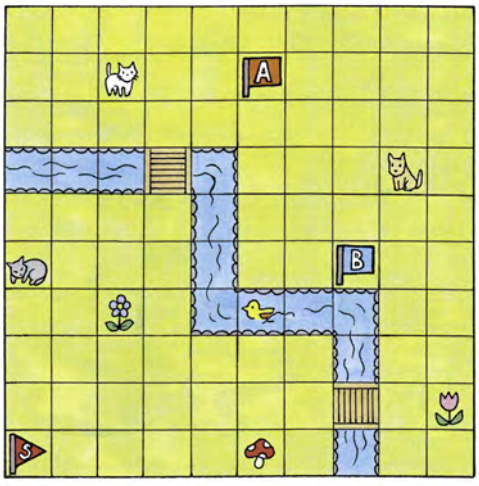
2’）動かし方をコマンド（命令）という記号を組み合わせた手順に表して自ら主体的にプログラムとして作成することで，図の線分の長さや角度など動作の柱を抜き出し構造化した思考過程を視覚化する

3’）意図した動作が得られなかった場合は，どこで間違っているのか友達と相談し，プログラム中の角度の数値を変更してその結果との関係を考えることで，人と人との対話，さらにはコンピュータと人との対話的活動が展開される

4’）他の正多角形を描画し，それぞれの図形と描画内容の違いから手順どおりに描けば必ず同じ図形になるという一般的な性質を見出す，つまりアルゴリズムを発見する

となります。こうした活動の中で，実際にコンパスで作図するときのコツを見つけるという活動につながることでしょう。算数の学びにおけるプログラミング教育は，従前の言語活動や論理的思考を導き出す学びに追加された，「学ぶ道具としてのプログラミング教育」を行うようになるというところから，授業展開を検討し取り組んでみてはいかがでしょうか？

## 4年：地図を使って行き方の表し方を考えよう




４年で学習する座標の素地に関連して，上のような地図を使った学習を考えてみましょう。この地図には左下にスタート地点Ｓが設定されていて，ここからＡ地点，Ｂ地点に行く方法を考えます。ただし，途中には川（　）が流れているので，橋（　）のところでしか渡ることができません。また，遠回りはしないという条件をつけます。

ＳからＡへはいろいろな行き方がありそうです。たとえば，「↑↑→→→↑↑↑↑↑→→↑」や「→→↑↑↑↑↑→↑↑↑→→」などです。このようにかくと児童からは「そんなにかくのは大変！」「もっと簡単にかける！」という声があがるでしょう。児童から，進む回数を数にして「↑↑→→→↑↑↑↑↑→→↑」を「２↑３→５↑２→１↑」とかく発想が出てくるようにしたいものです。

この考え方は，数学では係数の，計算機科学であれば圧縮の理解に結びつくでしょう。児童からは「１回の１はいらない」という声があがるかもしれません。簡潔なかき方への追究は「もっと短くかけるのではないか」という思考につながるでしょう。「３→８↑２→」と「５↑３→３↑２→」を比較すると，簡潔なのは明らかに「３→８↑２→」です。最初の１３字から６字と，半分以下にまで表現を圧縮することができました。このような圧縮の考え方は，実際の情報技術で活用されていることも付け加えましょう。

ところで，行き方の表現は進む方向が同じ回数を合計するとどれも「５→８↑」となります。これは川がないときのもっとも簡潔な行き方を表しています。この表現こそが座標の考え方なのだと児童にとらえさせることで，単にプログラミング的思考の育成に留まらず，算数の理解にもつながる展開になるのではないかと考えます。

さて，Ｂ地点に行くにはどのような行き方があるでしょうか。児童たちはＡ地点と同様に考え，たとえば，「６→↑２→３↑←」などと表現するかもしれません。これらを先ほどと同じように進む方向でまとめると，「８→４↑←」となります。しかし，これは川がないときのもっとも簡潔な行き方である「７→４↑」とは一致しません。ここで児童から「右に８回行って左に１回だから，結局右に７回になる」などの発言を引き出して，負の数の素地的な理解をはかりたいところです。

以上のように，地図という素材から，圧縮技術や，係数，負の数の素地を理解することで，算数の理解やプログラミング的思考の育成につなげていくことができるのです。

# 三角パズルで論理力を育てよう！

三角パズルは
「楽しく論理力を高める
ことができる数字パズル」
です！

●サイエンスライター
鍵本 聡

## 三角パズルのご紹介

こんにちは。

今回はみなさんに「三角パズル」という数字パズルをご紹介したいと思います。

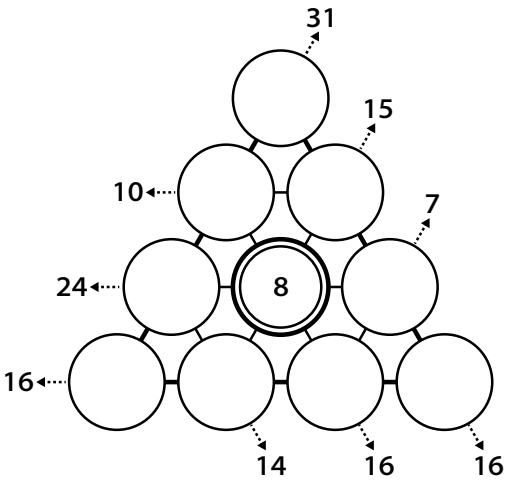
三角パズルを解くことで，

- 楽しみながら論理力を高めることができる。
- 「まずはやってみよう！」という，算数や数学に不可欠な試行錯誤する態度や力が身につく。
- 簡単な数のたし算を自然と覚える。

というメリットがあります。また，次回でご説明しますが，三角パズルは作成が比較的容易だということも重要な特徴です。簡単な問題や難しい問題を作成する際のレベル調整も意外とラクに行えますので，隙間時間の楽しみにもうってつけのパズルということができます。

## どうやってパズルを解く？

それでは，例題を用いて三角パズルのルールと解き方を説明したいと思います。下の図をご覧ください。○が 10 個，正三角形のように並んでいて，そこから矢印と数が示されています。

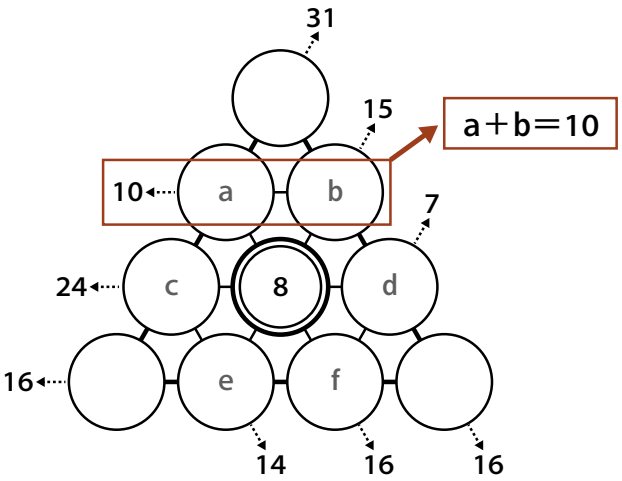



### ルール

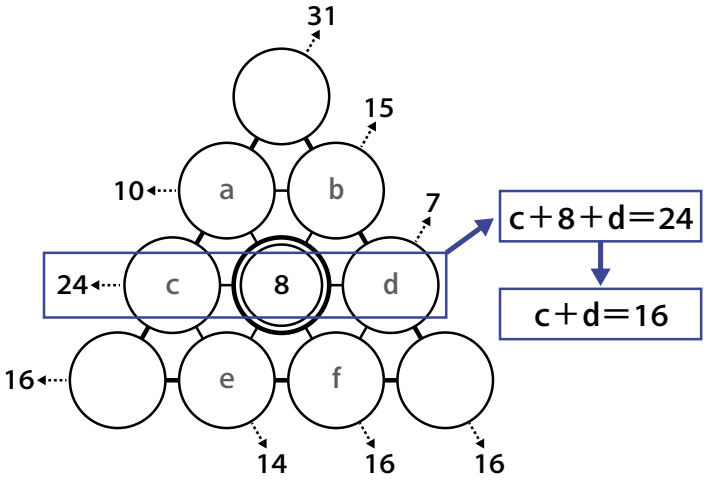
- 10 個の○には，1 から 10 までの異なる数がそれぞれはいる。
- 周りの矢印の先に書いてある数は，その方向の○の中の数の和を表す。

パズルは最初の時点では中心の「8」しかわかっていません。解き方をわかりやすく説明するために，中心の「8」の周りの○に，a ～ f を入れた図で説明しましょう。

まず，上から 2 段目の左向きの矢印に「10」とありますが，これはその方向の 2 つの○，a と b の和が 10 であることを示しています。




3 段目には「24」とかかれてありますから，



ということがわかります。なんとなくパズルの意味がつかめてきたでしょうか？

このように考えていくと，

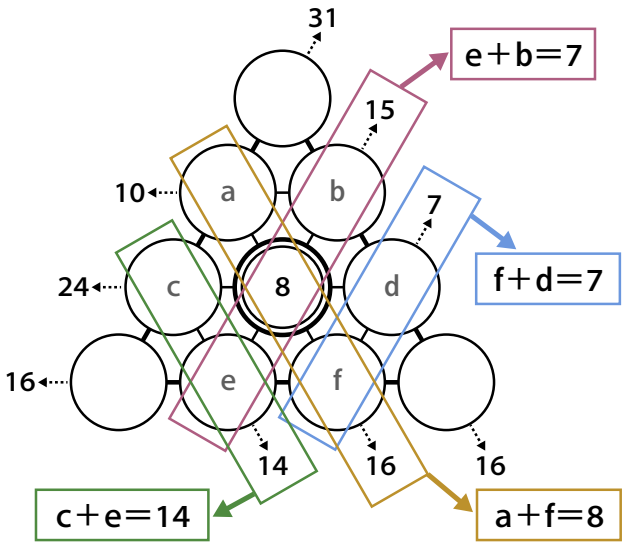
c+e=14

a+8+f=16　→　a+f=8

f+d=7

e+8+b=15　→　e+b=7

ということがわかります。（下図）




…とは言っても，これらのことからａ～ｆがわかるのでしょうか？　どこから手をつければいいでしょう？

そうなのです。簡単なルールなのに難しいと感じる方が多いのではないでしょうか。

解き方は何通りかありますが，今回はまずc+d=16であることに注目してみましょう。

1から10までの数で和が10となるのは，

6＋10，7＋9　（8＋8は除く）

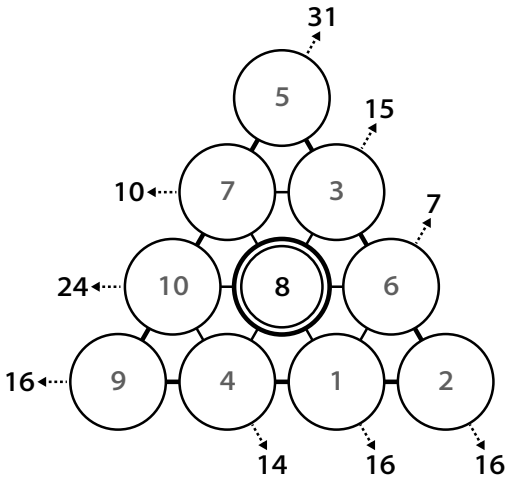
だけですから，c, dの組み合わせは（6, 10）か（7, 9）のどちらかです。ところが，dにはf+d=7という別の条件があり，fは1以上の数ですから，dは6以下の数ということがわかります。

この2つのことから，d=6が決まります。するとc=10，f=1もわかるのです。こうなると，あっという間にａ～ｆが決まっていきます。

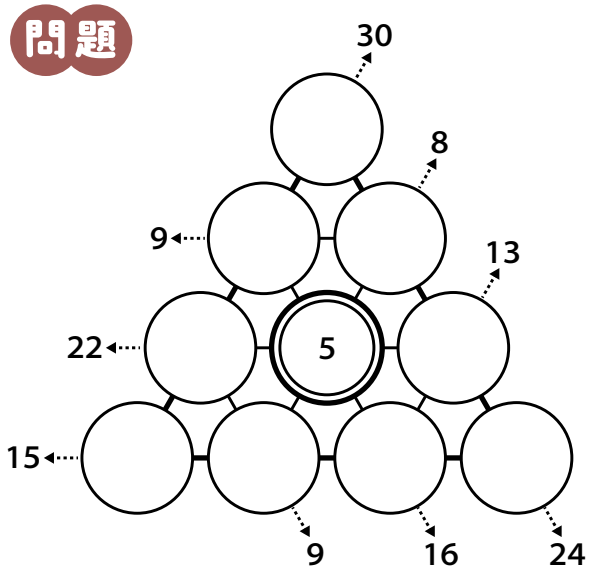
a=7，b=3，c=10，d=6，e=4，f=1

最後に残った3つの数は（2, 5, 9）であることがわかりました。各辺の和（31, 16, 16）はわかっていますので，頂点の○が3つの数のどれになるのかを考えていきます。ここまで来るとヒントなしでも解けるのではないでしょうか？

答えはこのようになります。




**問題**




| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

**ヒント**

例題と同じように，和が大きくなる○に着目してみるとよいでしょう。

**解答**

弊社webサイトにて公開中です。

マテマ！R

解説編

# ゲーム理論～「トルエル」～

**最善の策は，「最初は誰も攻撃しない？えっ。それって本当？」**

●天理大学教授
上田 喜彦

今回のマテマ！Rの問題は，一般に「トルエル」という名前で知られている“ゲーム理論”に関する問題です。サイモン・シン『フェルマーの最終定理』（青木薫訳，新潮文庫）のなかで，フォン・ノイマンが生み出したゲーム理論をどのように応用するかを説明する簡単な例として取り上げられています。ゲーム理論は複数のプレイヤーが関係する意思決定に対して数学的なモデルを用いて研究する考え方で，経済学等でめざましい応用がなされている学問分野です。

ゲーム理論では「プレイヤーはつねに合理的で最善の手段を選択」します。どういうことなのか，ここでは登場人物を，ヒュパティア：A，ネイピア：B，ラマヌジャン：Cとして，Aの最善の選択を考えてみましょう。攻撃が成功する確率はA：$\frac{1}{3}$，B：$\frac{2}{3}$，C：$\frac{3}{3}$ です。

## Aが選ぶ最善の初手は？

Aにとって，最初にBをターゲットにすることは考えにくいことです。もし攻撃が成功しBを倒すと，次の手順で最強のCはAを攻撃し，その攻撃によりAは確実に敗北します。

最初にCをターゲットにすれば少しはましです。なぜなら，もし攻撃が成功しCが脱落すれば，次にAを攻撃するのはBで，Cと違ってBは攻撃失敗の可能性もあるからです。

しかし，Aの攻撃は高い確率で失敗します。その場合にどうなるかを考えてみましょう。

次の手順のBは必ずCを攻撃します。なぜなら，Bの次のCの手順においてAとBが残っていれば，Cはより脅威であるBを狙うことが明白だからです。Aの攻撃が成功しなければ1ターンめでBとCは互いに攻撃しあうため，どちらかは確実に脱落し，残った相手に対してAは先手を取れます。Aが「初手の攻撃をわざと失敗する」選択は十分に合理的だと言えます。

## 2ターンめ終了時の勝利確率を考える

その選択は本当に最善なのでしょうか？　各プレイヤーの最終的な勝利確率を求めるには，無限等比級数数列の和の公式が必要になり中学生で理解できるレベルを完全に超えていますので，ここでは理解できそうな「2ターンめ終了時における勝利確率」を考えてみましょう。

| ① A勝利 | ④ | ② B勝利 | ③ C勝利 |
|---|---|---|---|

前述の選択をAがした場合，2ターンめ開始時点ではAと，BかCのどちらかのプレイヤーが残っています。2ターンめ終了時におけるAの勝利確率は，相手が誰であろうと，その攻撃が成功するかどうかで単純に決まります。

A：$\frac{1}{3}$ …①

Cの勝利確率は，1ターンめのBの攻撃も2ターンめのAの攻撃も失敗したときです。

C：$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ …③

Bの勝利確率は少し複雑です。1ターンめのBの攻撃が成功し，2ターンめのAの攻撃は失敗したうえで，その後のAへの攻撃が成功しなければなりません。したがって…

B：$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ …②

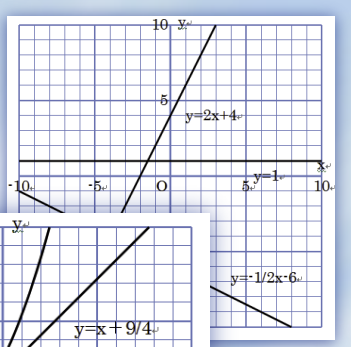
①②③を合計しても1になりません。これは「2ターンめでAもBも攻撃が成功しなかった」場合があるからです。この確率は…

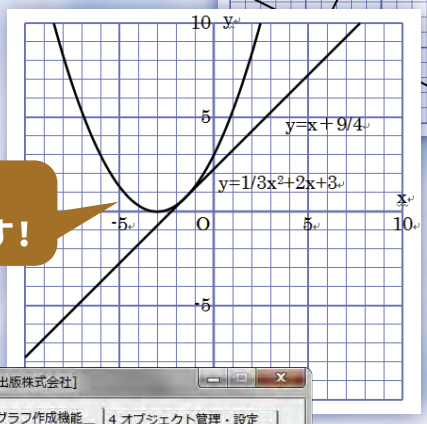
勝敗未定：$\frac{4}{27}$ …④

こうしてみると，意外にも，もっとも弱いと思われたAが確率的にはもっとも勝ちやすい，といえそうです。では，最終的にAがもっとも勝ちやすいのでしょうか？　これはぜひみなさんも考えてみてください。

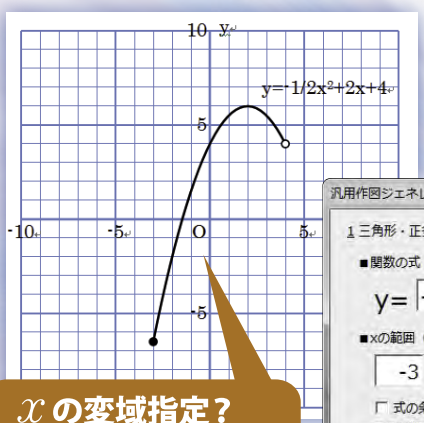
マテマ!R
解答編
ラマヌジャンが一番強いから、まず最初のターゲットはラマヌジャンかな。
TARGET
そうだね。
でも、成功してもネイピアが攻撃してくるね。
ATTACK
攻撃が失敗する1/3の確率に賭けるしかないのかなあ…。
ヒュパティアが攻撃を失敗する確率は2/3だぞ。そのときはどうなる？
失敗したら??
ネイピアはヒュパティアじゃなく、ラマヌジャンをねらうよね。
わざとMISS
次の順番で残ったほうを攻撃する。
ATTACK
ATTACK
そっか、それで仮にラマヌジャンが残っても、ラマヌジャンはヒュパティアじゃなくネイピアを攻撃するよ！
だからヒュパティアは攻撃が失敗したほうがいいんだね！
「最初のターゲットを選ばずに攻撃してわざと失敗する」が最善の選択なんだね！ふしぎだね！

# Microsoft Wordで
# 三角形・平行四辺形が
# 二次関数のグラフが
# かける！

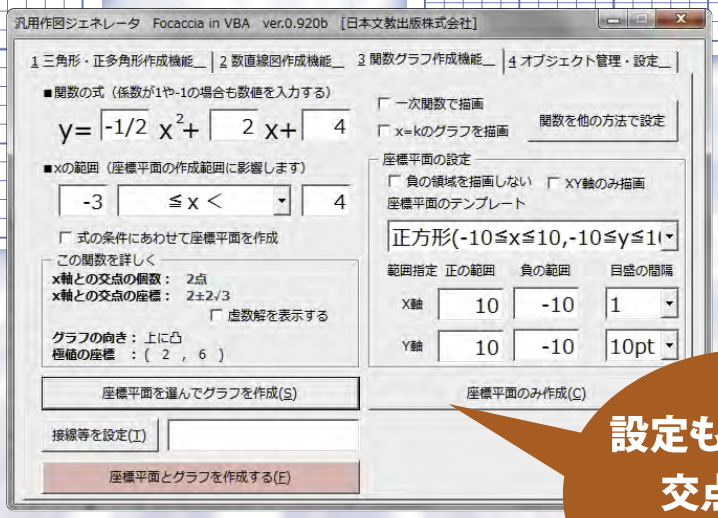



接線？
もちろんかけます！




$x$ の変域指定？
もちろんできます！




設定も自由自在！
交点座標も
もちろん式で表示！

## 汎用作図ジェネレータ
# 『Focaccia（フォカッチャ）』
## 日本文教出版 Webサイトで 無料公開中！

『Focaccia』は VBA（マクロ）を利用した Word データで，インストールなどは不要です。
『Focaccia』の動作環境については弊社 Web サイトで必ずご確認ください。
画像は開発中のもので，予告なく変更する場合があります。


ROOT No.20

日文教育資料［算数・中学校数学］

平成29年（2017年）7月31日発行

編集・発行人　佐々木秀樹

発行所　日本文教出版株式会社
〒558-0041　大阪市住吉区南住吉4-7-5
TEL：06-6692-1261



本書の無断転載・複製を禁じます。



CD33361



日本文教出版 株式会社
http://www.nichibun-g.co.jp/

大阪本社　〒558-0041　大阪市住吉区南住吉4-7-5
TEL:06-6692-1261　FAX:06-6606-5171

東京本社　〒165-0026　東京都中野区新井1-2-16
TEL:03-3389-4611　FAX:03-3389-4618

九州支社　〒810-0022　福岡市中央区薬院3-11-14
TEL:092-531-7696　FAX:092-521-3938

東海支社　〒461-0004　名古屋市東区葵1-13-18-7F•B
TEL:052-979-7260　FAX:052-979-7261

北海道出張所　〒001-0909　札幌市北区新琴似9-12-1-1
TEL:011-764-1201　FAX:011-764-0690