

ROOT

2017

No.21

本資料は、「教科書発行者行動規範」に則り、配布を許可されているものです。

日文の実践事例、教科情報

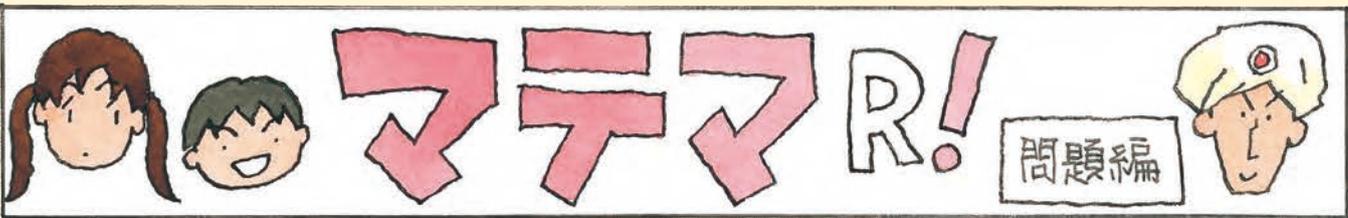
詳しくはWebへ!

日文

検索

未来をになう子どもたちへ

日本文教出版



マテマR!

問題編



CONTENTS

マテマ! R

問題編 モリナガ・ヨウ



2

Hello, Mathematics!

アーティスト

野老 朝雄

数学とデザインをつなぐ



6

座談会

これからの統計教育

奈良教育大学名誉教授 重松 敬一

成蹊大学名誉教授 中西 寛子

近畿大学講師 西仲 則博

成蹊中学・高等学校教諭 須藤 昭義

10

読み解く数学偉人伝

ネイピア

桐蔭横浜大学准教授 城田 直彦



12

授業改善のヒント

小学校編

事象と式を関連付け、
式の意味を説明する活動

愛知教育大学教授 山田 篤史

中学校編

移動を通して図形の
見方・考え方を深める活動

岡山大学教授 岡崎 正和

16

プログラミング的思考のすすめ

小学校算数科でのプログラミング
教育の展開をどう具体化するか

青山学院大学客員研究員 竹中 章勝

18

三角パズルで
論理力を育てよう!

サイエンスライター 鍵本 聡

20

マテマ! R

解説編 天理大学教授 上田 喜彦

解答編 モリナガ・ヨウ



表紙写真説明

雪の結晶は六角形を基調とした形で生成されます。

ROOT No.21 の表紙では、自然界に潜む数学として雪の結晶を取り上げました。

取材協力 TOKOLOCOM (P.2~5)

伊部玉紀 (P.2~5)

中村編集デスク (P.6~9)

イラスト 藤井美智子 (P.10~11)

デザイン 株式会社 京田クリエーション

数学と デザインをつなぐ



アーティスト
とこ る あさ お
野老 朝雄

数学の中にある
美しいものを生み出す
不思議な決まり「律」、
律を使って個をつなぎ
群へ。

目に入った瞬間に数学的な印象を受ける
紋様を描くアーティストの野老朝雄さんから、
紋様を生み出す力となる考え方や普段感じて
いることなど、お話を伺ってきました。

数学は苦手でした。

—野老さんが生み出す紋様は、数学的な法則を
感じる作品が多いですが、数学にはどのよう
なイメージを持っていますか？

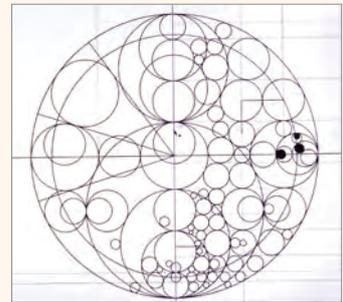
自分で手を動かして作品を作っていく中で、数理
的な美しさがあることに気付いたのは30歳を超し
てからかな。僕は算数までは好きでしたが、数学に
なると距離を置いていました。数学に対してアレル
ギーがある方の、シャッターを下ろしちゃう感じは
すごくわかるんです。自分がそうだったから。ただ、
僕の作品を見て、数学が得意な方が興味を持ってく

れたり、解析をして数式がたくさん出てきたりする
と、そういう世界に関われていることを感じられて
嬉しく思いますね。

タイムレスなものをつくりたいです。

—作品や仕事のことについて聞かせてください。

《KumaponG(クマ
ポン)》(2011年)は、
円のテッセレーションを勉強している
ときに生まれた作品で
す。曼荼羅まんだらみたいな
ものができたとき
に、色をつけてみた



▲《KumaponG》誕生の瞬間

ら、ビックリ！クマさんが出てきたんです。円の
直径の比が黄金比になっています。あと、円を45
度傾けるのが自分にとって画期的だったような気
もします。名前あまり意味はないのですが、あ
えて言うと「ポンと出てきたクマ」なんです(笑)。
Golden Ratio(黄金比)のGをつけて《KumaponG》
です。

工学院大学125周年記念八王子キャンパスの総
合教育棟ファサード(=建物の正面部分のデザイ
ン)パターン(2012年)は、有孔折板という工法
でつくられた外装の設計です。でも単に孔を空け
るのではなく、複数の大きさの孔を黄金比の関係



で並べています。エンジニアを育てる学校なので、このキャンパスに通った人がいつか気付いてくれたらいいなと思います。設計上だけではわからなかったのが、光を通して出てくる影の美しさです。

毎回新しい素材との出会いなので、できあがるまでは本当に怖いです。素材によって表現も変わります。また、時代によっても、そのときにできる技術によっても表現は変わります。でもタイムレスなもの、長く先まで保つものをつくりたいという考え方は、建築を学ぶ中で身に付いたものだと思います。

条件や制限がある中から生まれる作品

——仕事を進めるときや、作品をつくるときの考え方や進め方はどのようにされていますか？

デザインの仕事もしていますが、できればクライアントの要望を叶えるだけではなく、これが美しいんだと自信を持って言えるものをつくりたいと思っています。でも、僕はもともと建築を学んでいたこともあり、予算や敷地、法律など条件や制限が与えられた中で答えを導いていきます。

2016年に「個と群」というタイトルで、一年間かけて青森県にある国際芸術センター青森で展覧会を行いました。この展覧会は、アーティストの監修で青森市所蔵の民俗資料を紹介するもので、建物から与えられた条件で空間を作り出していったり、さまざまな紋様の収蔵品を選んだり、僕自身も紋様



▲工学院大学八王子キャンパス総合教育棟（設計：千葉学建築計画事務所）

をつくったりしました。この展覧会で「僕がやっているのは、“個”と“群”と、その間の“律”ということなんだな」と気が付いたんです。ドットというなんの個性もない「個」がつながることで「群」になる。つなげるときのルール「律」を決めることが僕の仕事で、その「つなげるときのルール『律』」が数学でした。律は数学に限るものではありません。

つながり方にもいろいろありますが、つながっていることが大事なんだと思います。

——作品づくりは手描きから始まるのですか？

そうですね。箸袋から何から、その辺にある紙に描いていきます。すぐになくしてしまうので、ノートに描くことはあきらめました(笑)。全部失ってしまっても、できあがった作品として残れたらいいなと思いますし。

名刺はこのフォーマットにして十数年になります。名刺のサイズは普通 55×91ミリのおおよそ黄金比だと思いますが、これは幅を 50 ミリにしているちょっと細いんです。なぜかという、模様の線の太さを 5 ミリにしている、黒い線と白い線、合計 10 本の線でちょうど 1 辺が 5 cm の正方形になるように描かれていて、どの方向からも断面がつながるようになっていきます。



▲つないでいくことができる名刺

初期の名刺を持ってきている人がいて、「まだ持ってるぞ」と威張られます（笑）。フォーマットを変えなくてよかったと思います。つながるってことは、小さなパーツを合わせていけばどんどん大きな絵が描ける可能性があるのがいいなと思います。単なる名刺ですが、持っている人同士が「あ、つながりますね」というちょっとした会話をすることで、人と人をつないでくれる可能性もある。いままでに何枚の名刺を渡したか覚えていませんが、集めれば相当大きな絵になるはずですよ。

こういう考え方があることを教えてくれたのは、僕にとっては芸術家や建築家のかたたちでした。



少年時代は建築雑誌を読み解くことに没頭していました。

—どのような子ども時代だったのでしょうか？

勉強はできなかったですね。親が共働きだったので、事務所に放って置かれると、その辺に置いてある建築の雑誌を片っ端から眺めていました。

背中を押してくれた先達たち

—影響を受けたのはどんな人たちですか？

ひとは江頭慎さんです。AA スクール（英国建築協会付属建築学校）の日本でいうところの教授で、哲学者であり美術家でもあり、思想家でもある建築家だと思っています。大学生のころにたまたま見た本でボス（江頭さん）の作品を見て衝撃を受けて、これは会いに行かなくてはと思って、AA スクールに入ったけれど、すぐに授業の枠から外れて助手をさせてくださいとお願いしました。「授業には出ませんが、助手させてください」ということだから、先生からしたら意味がわからなかったと思うけれど、僕は先生が話していることをすべて理解したいから、一分一秒近くにいたかったんですよ。

ほかにもさまざまなアーティストから影響を受けていますが、みなさんに共通するのは異なるものを融合させたり、ものごとの境界線を横断したりしているところですね。

父が建築家で、母はインテリアデコレーターという環境で育って、両親の影響もあって大学では建築を学びました。でも、建築家の道は選ばなかった。それについては、悪いことをしたなという思いもあります。この世界でどう食べていくかは賭けでしかない。なんの担保もありません。それでも、僕が尊敬する過去の先達が目を開かせてくれて、一番やりたいことをやろうとスイッチを押してくれたのだと思います。

たとえば建築のプランがあって、この写真はどこから撮ったんだろうとか、はたしてこの場所は図面に記述されているのかとかを見るのがおもしろかった。建築雑誌の方がおもしろくて漫画には興

味が持てなかったですね。父の事務所や現場に連れて行かれるのは断然楽しかったですね。職人さんに怒られたり、なにかもらったりもしました。

幾何学的なものは 自由な見方ができます。

——野老さんの作品については、さまざまな理解のされ方がありますよね。

幾何学って見ることに關しては本当に自由だと思います。たとえば小さい子どもを見ていると、ティッシュの箱を使って「ガタンゴトン」と言って、それは電車ではないけど電車が走っているように見立てて遊んでいますよね。でも大人だとこれは電車ではないということを教え込まれてしまっているというか…。おままごとなんて全部「見立て」じゃないですか。娘が3歳くらいで、まさにそういう遊びをするんですが、僕に毛糸を渡してくれたときに「おいしそうなスパゲティだね」って言ったら「うどんだよ！　なんでそんなこともわかんないの？」と言われ、あわてて「ごめんごめん、うどんです」と、謝るみたいな（笑）。見えないものを見る力って子どもにはあると思うんですよね。

僕の作品についても、遠い将来に賢い方がその人の見方で解説してくれたら、と思います。

「これしかない」ではなく、 「これはある」と考えること。

——建築を学んでから美術の世界へ進んだわけですが、これからの展望についてお聞かせください。

2001年9月11日のNYのテロから本当に何か^うが憑いたような感じで、模様を作り始めたんです。でも、そのときは何も考えずにただ描いていました。後で考えたら紋様というものなんだと思ったくらいです。こんな大きなテロが起きて、これはマズいという思いだけが自分を突き動かしていたような気がします。そのころは引きこもり状態で、狭い自宅に紙とえんぴつくらいしかない。本当はコンピュータもあったのですが、それに気付いたのは後になってからです。その状態を、紙とえん

ぴつ“しかない”と思うか、紙とえんぴつ“は、ある”と思うかです。いぶん違いますよね。そのときは「紙とえんぴつがそこにある。それでなにができるか」と考え、手が動き始めてしまったんです。

数学の知識であったのは、 15° という概念は知っている、3つ合わさると 45° になるでしょとか、三角形の内角の和は 180° であるとか、そんな簡単なことだけでした。でも、その「ものも知識もほとんどない」というコンディションがよかったんだと思うんです。

それから仕事や作品、プロジェクトを通して建築家や数学家の方に出会ってきました。たとえば、《KumaponG》とコラボレーションして《KumaponGome (クマポノーム)》という映像作品をつくられた松川昌平さんは建築家であり、アルゴリズムの研究をされているかたです。館知宏さんも建築家ですが、折紙工学、折紙の幾何学とアルゴリズムの研究をされています。僕自身は数学が得意なわけではありませんが、 $\sqrt{3}$ の美しさに魅了され、 15° を愛しています。彼らのような天才を集めて、美を追求し、100年先まで保つものをつくれるのではないかなと思います。

——多くの方とのつながりの中に、野老さんがいることを感じられました。ありがとうございました。



野老 朝雄 (ところ あさお)

1969年東京生まれ。アーティスト。東京造形大学卒業後、イギリス、ロンドンのArchitectural Association School of Architectureに在籍して建築を学び、建築家の江頭慎に師事。2001年9月11日より独学にて紋様の制作を始める。「繋げる事」をテーマに美術、建築、デザインの境界を越えて活動。定規やコンパスで描画可能な紋と紋様の制作をはじめ、同様の原理を応用した立体物の設計／制作も行っている。2016年より東京大学工学部建築学科非常勤講師

統計を、先生にも生徒にも好きになってもらいたい。

～魅力を語り合う座談会～

算数科・数学科では統計教育が重要視されつつあります。しかし、ご指導に困難を感じていらっしゃる先生や、興味を持ってない生徒さんもいます。そこで、統計好きの先生方に集まっていただき、「統計の授業はこんな楽しいことがある」「子どもたちが興味を持てるヒント」など、お話を伺ってきました。

出席者

重松敬一先生
奈良教育大学名誉教授



中西寛子先生
成蹊大学名誉教授



西仲則博先生
近畿大学講師



須藤昭義先生
成蹊中学・
高等学校数学科教諭



統計教育が重要視される理由

【重松】 私たちが普段生活するとき何が一番大事か？というと「安心、安全に暮らせる事」です。昔は、自分の限られた社会の中で、多くの事は勘や経験で済ませられ不安はありませんでした。しかし 20 世紀の終わりごろからグローバル化が起こり、世界や宇宙の影響まで考えて行動するよう判断を求められる時代になりました。そういう社会が統計

を求めているのでしょう。

【中西】 今の統計人気は端的に言うと、統計ができる方が儲かるからです。データを上手く使える会社が儲かっており、世界のトップ企業はデータに強い会社です。メーカーでも成功している会社は自社データを有効活用しています。ある車の会社は自社製品が壊れる前から「いつごろ壊れそうか」をデータで予測し、資材や人員を準備しておく事で手を止めることなく事業を回しています。

このようにデータを使うと今までは見えてこなかったものを見るのに役立ちます。データ収集・分析に巨額の投資をしても、それ以上のリターンがあるので各企業が注目しています。

統計教育の良いところ

【西仲】 生徒は、統計の授業の方がやる気を見せます。自分にとって身近な事だからでしょうか。数学は抽象的になっていくので、どこかでつまづいた子はついていけなくなります。でも、データは具体的でわかりやすく、簡単な $+$ $-$ \times \div （四則演算）だけで情報の見える化ができ、数学の中で一番扱いやすいからでしょう。あとは、このような生徒の反応を、教える側が楽しめるかどうかの問題になってきます。先生ご本人も生徒も楽しいというのが理想です。

【須藤】 それは私も経験があります。数学の他の内容が分かっていなかった生徒が、統計に入った瞬間に授業をちゃんと聞くようになりました。確率・統計が好きな生徒と、数学の成績のよい生徒とは必ずしも一致しません。ふだん算数・数学はキライだと言っている生徒が、確率・統計の授業では目が輝きだし、三学期の成績は良かったという事もあります。

【西仲】 統計の授業では生徒が自分の主張を通すのに、数値、データを使って論理的に説明できるようになる事が面白いのではないかなと思います。

教師の方も面白さを感じる事があります。統計の授業で「2つの群のデータを比べて、あなたはどちらを選択するか」という課題に取り組むとき、自分たちは普段何を良いと考えて物事を判断しているのだろうか、そういう判断材料となる価値基準、価値観をどう基準化させていくか、数値で表していくかというところで議論が生まれるのが面白いです。最近はいろいろなセンサーなどの器具を使ってさまざまなものを数値化させることもできるので、それをもとに基準化させて考えたりもできます。そういった自由度の高さがあるところ

も統計の良さだと思います。

【須藤】 私が以前、バレーボール部の顧問を担当していたとき、統計を導入した面白い経験をしました。ボールを自陣から相手に返すとき、向こう側にはリベロというレシーブの上手い選手がいるから、リベロにボールを返しちゃダメだとされていた。しかしデータをとってみると、リベロにボールを返すと、相手チームは100%に近い確率でAクイックをしてることがわかりました。これがもし相手陣地のリベロ以外のところにボールを返すと、予想できない場所に打ち込まれてしまう。しかし、相手の一番得意なところにボールを返せばボールが飛んでくる場所が特定できる。だから、そこにブロックを3枚つけばよい、と。この策が当たりました。

この経験から、控えの選手を含め全員に役割を与えてデータを取らせました。あなたは相手チームのここを見てとか、あなたは何番の選手を見てねとか指示して。そして作戦タイムで、情報を選手に伝えました。この作戦で、その年はいいところまで行きました。今はバレーボールもデータを使うことが当たり前の時代ですけど、このようにデータがすごく使える例が教育現場にはまだ沢山あるんじゃないかと思います。

統計を学んだ人を必要としている場

【中西】 統計を学んだ人はどの分野でも必要とされていますし活躍できるのですが、特に教える人、教育者が足りていないと感じています。これまでは統計学者が統計教育の必要性を訴え、教育分野へ流れてきましたが、彼らはもともと教育の専門家ではありません。中学校の先生たちが頑張って統計教育の勉強をされていますが、新課程の授業に間に合うのか心配です。統計学を学べる大学は増えています。滋賀大学にもデータサイエンス学部ができ、今後は横浜市立大学にもできます。しかし統計学を教える技術を学ぶ所ではありません。いま必要な人材は、「グラフの見方や作り方」から

統計を小・中学生や一般の方に教えられるような人材です。

【重松】 医学の世界でも必要ですね。看護学校で統計を何年か教えていた経験があるのですが、学生は統計と聞くと数学を連想して、頭から拒否しました。しかし看護師の仕事には多大な統計的処理の経験が必要です。それだけではなく、日々の看護業務は統計処理の連続なんですよ。「数値をいかにうまく読んで予想するか」「それに対してどう対応するか」。見通しが持てればドクターの話を聞く前に一定の構えができると思うんですよ。

統計を活かすこと

【須藤】 学校では、先ほどの企業の話のように数値で何かを追求しようという話にはなかなかならないです。例えば数学科の会議の場では、授業の内容と順番をよく話すのですが、何かを判断するときに「ここらへんでやっとなきゃだめだな」とか「ここらあたりで」という経験や勘をもとにされ、定着率などの数値の話が出てこないことも多いです。もう少し統計的な見方・考え方が必要なのかなと感じます。また、受験生の成績をみる会議では「データはぶれるもの」「制御できるもの」という事をふまえないと、外れ値に惑わされて会議がものすごく長引くとか、理論的な議論が足りないまま結論を出す可能性もありえますから。

【重松】 統計で得られるスキルのうち大事なものは「データに騙されない」ことです。ある統計グラフがあったとして、それはある人が主張を強調するために作為的に加工したデータかもしれない。

このデータを見せられた人がその統計データに対して「本当にそうかな？」と多面的・批判的に考え、自分で判断できる、そういう力を誰もが付けてほしいですね。

もう一つ大事なスキルは「数学的に統計を活用して相手を説得していく力」です。過去のデータを活用して、あるいは将来の予想データを先取りして、推測のもとに一つの提案をしていく。そういった提案力も求められていますね。もっと言えば、これは誰でもできるわけではないと思いますが「統計を創造できる力」のある人が求められています。コンピュータと統計の進歩は平行だといわれています。コンピュータの性能が非常に進んできて、同時に統計処理の手法も変わってきました。このような進歩についていき、それに参画できる人材が求められています。

【中西】 統計は一部でブームみたいになってはいますが、まだ「本当に統計って必要なの？ 勘や経験で十分だよ」という声が社会でも教育現場でもあります。勘と経験って統計の対極みたいに言われますが、勘はともかく、経験は実は数値化していないデータの集まりなんですよ。それを数値化してみれば、経験則を補完するデータが出てくると思います。経験とデータがつながれば「こういう対策で、こういう効果がありました」と数値で発表でき、説明にも説得力を増すことができます。

また、日本人は安心・安全に100%を求めがちですが、データをもとに判断を迫られたとき「100%は無い」ということを理解し、リスクを測って決断できるようにならないといけないと思いま



す。そうしないと、日本は何もできない国になってしまいます。国民全員が「どんなリスクがどんな確率で起こるのか。リスクが発生したときは何をすればより良いのか」を考え、議論していけるようになれば、現実的な判断が速やかにできるようになると思います。

現場の先生方へ

【重松】 一番伝えたいのは、統計は自分から遠い所にあるのではなくて目の前にあるということ意識してもらいたいということです。日々の暮らしの中にも具体的な事例があります。指導上の話は別にしても、統計は社会に役立っているとか、儲かるものだ、といった話でもいいのです。そういうことを生徒に伝えるためだけではなく、先生自身も納得できるような経験をしてもらえればいいと思います。その経験をもとに、統計が、自分自身の行動の判断の助けになり、少しでも安心な行動が選択できるようになる、という事を伝えてもらえればと思います。

【中西】 統計を数学だと思うと気が重い方へのオススメとしてですが、「統計関係の歴史」は調べるのが楽しくて仕方ないです。統計関連の歴史上の有名な人物というと、統計的な手法を使って医療現場の衛生面の改善に努めたナイチンゲールの話がありますけど、日本でも有名な人が統計に関わっていたりします。例えば森鷗外と脚気かっけの話があります。（「統計的に麦を食べれば脚気にかからない」という海軍の軍医のアドバイスを森鷗外が信じなかった話）日本でも多くの歴史的に有名な人物が

キーになって統計を進めたり、または後退させたりしているわけです。そのような歴史を先生たちにも知っていただけると、また一層、統計の見方が変わってくるかなと思います。そういう話は子供たちにとっても面白いと思うので、授業の前振りで使うこともできると思います。

【須藤】 大学でチェビシェフの不等式の証明というのをやっていたのですが、これがどう役に立つのかわからずに証明だけ覚えるようなことをしていて、「統計って使えないな」と思っていました。物凄く高い学者レベルの統計だったわけです。ただこの1年間、中西先生から教わって、「箱ひげ図」などを使って身近にあるデータを見て、そこから楽しんでいきましょうね、ということ共有できました。そういったものを先生同士で共有していきたいですね。

【西仲】 統計はいろいろな見方ができるんだというのが楽しいところなので、多様な意見が出ることを否定せずに、楽しめるかどうか大切です。また、国語でも論理的な文章を読み、データをみて判断させる内容もあります。理科・社会は当然データを扱うので論理的なもの見方が必要です。算数・数学が担うのはその基礎となるリテラシーの部分。そういう各教科どうしのつながりを考えていければ授業が豊かになるんじゃないかと思います。教科同士をつなげることができるのが統計の良さかな、と。統計って先生・生徒の味方かなと思いますし、ぜひ統計を楽しんでください、と伝えたいです。



ネイピア

小さくても大きいポイントの発明者



●桐蔭横浜大学准教授
城田 直彦

人生の3分の1をかけた計算

今回は、スコットランドの貴族で、数学者で、物理学者、天文学者でもあるジョン・ネイピアを紹介します。彼は、1550年にエディンバラの南西にあるマーキストン城で生まれました。1608年にはこの城の8代目の城主になっています。

彼のいちばんの業績は、なんといっても対数の考案です。対数を使えば、乗法を加法に、除法を減法に変換して計算することができます。中学生には説明がむずかしいかとは思いますが、次のような累乗が出てくる計算をもっと幅広く適用できるようにしたといえば、雰囲気は伝わるのではないのでしょうか。

$$3^5 \times 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$$

$$3^8 \div 3^5 = 3^{8-5} = 3^3$$

対数を使って計算できるようになれば、膨大な計算が必要となる天文学や航海学では大変助かります。ネイピアは20年間も計算を続け、1614年に7桁の対数表を発表しました。彼は67歳で亡くなっていますから、人生の3分の1近くも対数の計算に費やしていたこととなります。

ところが、なかなか信じてもらえないのですが、ネイピアが対数の値を計算していた頃、小数はまだ一般に普及していなかったのです。ネイピアは自然数だけを使って対数を表現していました。

小数は、少数派？ 多数派？

ところで、みなさんは、次の式の計算結果をどのように表しますか？

$$2 \div 10$$

答えは1よりも小さくなります。このような場

合、私たちは小数や分数を使ってその結果を表します。どちらを使ってもかまわないのですが、中学数学では分数が多用されます。小数を使うことは滅多にありません。まさに小数は少数派です。

そこで、私は中学1年を担当したときには、学年の始めによくこんなふうに見ていました。「小数の計算と分数の計算、どちらがやりやすいと感じますか？」

結果は、いつも想像通りでした。例年、「小数の計算のほうがやりやすい」が多数派です。

小数の人気の秘密は？

なぜ、中学1年生には小数の計算のほうが人気があるのでしょうか？ きちんと調べたわけではありませんが、その理由は想像できます。

小数なら、日頃から私たちが生活や仕事の中で慣れ親しんでいる「十進位取り記数法」を引き続き利用して表すことができます。数を表すときに数を書く位置によって大きさを表す方法が「位取り記数法」、10ずつまとまるごとに1つ上の位に上げていく方法が「十進記数法」です。

表記だけではありません。小数の四則演算は、整数の四則演算と同じルールで行うことができるのでとても便利です。これが分数だとそういうわけにはいきません。たとえば、分母が異なる2数の加減の場合には、共通の分母にする作業（通分）が必要になります。

なにより最大のポイントは、小数だと数の大きさが感覚的にわかりやすいということ。7分の2と11分の3の大小の判断はむずかしいですが、これらが0.285714……、0.272727……と表してあればすぐにわかります。

ネイピアの骨

NAPIER'S BONES

かけ算やわり算、開平までできる計算棒。九九などがかけられた棒を並べて計算する。

463×8の場合

1	4	6	3
2	0/8	1/2	0/6
3	1/2	1/8	0/9
4	1/6	2/4	1/2
5	2/0	3/0	1/5
6	2/4	3/6	1/8
7	2/8	4/2	2/1
8	3/2	4/8	2/4
9	3/6	5/4	2/7

ななめに
たし算する

九九を使った
筆算と同じ
仕組みだよ

3 7 ← 10 4
463×8=3704

こも見る

LOGARITHM

対数

正の数Mに対して $M=a^p$ を満たすpをaと底とするMの対数という。たとえば、 $8=2^3$ なので、3は2を底とする8の対数。膨大な数値計算を必要とする天文学や航海術のために考案された。その後の科学の発展に大きく寄与し、地震の規模を示すマグニチュードや星の明るさを示す等級などにも利用されている。高校数学で学習する。

対数はとても便利なので
すばやく計算できる
計算尺をつくったよ

計算尺

40年前までは
科学者の必需品

ガンター

この考え方の
おかげで
天文学者の命は
2倍に
のびた!

ラプラス

「ネイピア点」と呼びたい!?

では、小数（十進小数）の概念は、いつごろ生まれたのでしょうか？

古代中国では『九章算術』（紀元前1世紀頃）という数学書に小数の表記を見つけることができます。ここでは、たとえば「234.56寸」という長さを「二百三十四寸五分六厘」と表しています。

一方、現代の数学につながるヨーロッパの数学では、小数の登場はずいぶん遅れました。1492年、フランチェスコ・ペロス（1450～1500）が商業数学が発達するイタリアのトリノで小数の概念を発表します。そして1585年、日本で豊臣秀吉が関白になった頃、フランドル（現在はベルギー）出身のシモン・ステヴィン（1548～1620）が『十分の一』の中で小数の表記法を発表します。

しかし、この頃にはまだ小数点はありません。ステヴィンは①、②、③などの○で囲んだ数字を使って位を表しています。

27.847 → 27①8②4③2④7⑤

では、小数点を発明したのは誰なのか——それがネイピアです。彼の死後、息子のロバートによって1619年に遺稿『対数の驚異的一覧表の作成法』が出版され、この中で小数点を使った小数の表記方法が提案されます。この小さく偉大な「点」は、対数とともに世界中に広まることとなります。

小数点は、もうすぐやっと400歳を迎えます。小数の歴史は分数に比べて非常に短いのですが、小数は私たちの生活になくてはならないものです。自然対数の底 $e(=2.71828\dots)$ を「ネイピア数」と呼ぶのと同様に、小数点も「ネイピア点」と呼びたいくらいです。

参考文献 『不思議な数eの物語』、E. オマール、伊理 由美訳（岩波書店、1999年）



事象と式を関連付け、 式の意味を説明する 活動



●愛知教育大学教授
山田 篤史

1: 児童は式の意味を記述できるのか

算数の学習では、言葉や数、式、図など、さまざまな表現を用いて、筋道を立てて考えたり、その内容を他者に分かりやすく説明したりすることがあります。ここでは、そうした例として、事象と関連付けられた式の意味を記述できるかどうかをみる趣旨で出題された、平成28年度全国学力・学習状況調査算数B5(1)を見てみましょう(図1)。

問題は、三角定規を使って正多角形を構成的に学ぶ場面で、「 $360 \div 120$ は、どのようなことを計算しているのか」を問うものです。式自体は易しいのですが、正答率は7.0%でした。なぜこのような正答率になってしまったのでしょうか。

まず、当該調査の『報告書』を見てみると、

- ① 360が、1回転した角の大きさを表していること
- ② 120が、①の角の大きさを表していること
- ③ 被除数は除数の幾つ分かを計算している式であること

の3つを書いていることが正答基準として設定されています。要は、360と120がそれぞれ何を表しているかに加えて、 $360 \div 120$ の「 \div 」がどういうことをしようとしたのかが書かれていないと正答にはならないのです。具体的な正答例としては、①②に加えて、③として「 $360 \div 120$ は、 360° の角の中に、 120° の角がいくつ入るかを計算している式です」のような記述が求められるというわけです。

ところが、実際の反応率では、③を書いていない児童が非常に多いことが分かります。①②しか書いていない児童は21.7%、①しか書いていない児童は13.8%、②しか書いていない児童は14.4%で、合計は49.9%となり、ほぼ半分の児童が③を書か

ずに誤りとなっています。

しかし、この正答基準の下で誤答になった約半数の児童は、この式の意味が全く分かっていなかったのでしょうか。多分、実際の授業のように教師とのやり取りが可能であれば、他者が提示した「 $360 \div 120$ 」の意味でも、かなりの児童が、つたないなりにもそれなりの説明が可能になるのではと思います。おそらく、③の記述ができなかった(あるいは、しなかった)児童の多くは、口頭での説明と記述での説明の区別(特に、後者についての理解)が曖昧で、式・演算の意味についての理解も曖昧であったため、式が表す事象や手続きについて、算数・数学で求められるような説明を書くことができなかったのだと予想されるのです。

2: 事象と関連づけられた式の意味の記述

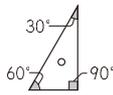
この全国学力・学習状況調査問題の正答率を見ても分かりますように、児童にとって、事象と関連づけられた式の意味を記述することは難しいようです。それは、式という簡潔で分かりやすい表現で記述されている事象を、式との対応関係を明らかにしながら、あえてできるだけ曖昧でない形で読み解いていく作業だからです。しかも、問題では、それらを、口頭・対面ではなく、わざわざ面倒な書き言葉で書いて、説明し直す作業でもありましたから、なおさら難しかったのでしょう。

しかし、(実際には書かなくても)そうした作業こそが、算数・数学での理解を伴った式の読みや説明とも言えるのです。それ故、そうした読みと記述の指導は、私たち教師にとってなかなか難しい課題になります。例えば、L字型の図形の面積を求める学習場面を例にして考えてみましょう。

まず、図2の「ひろとさん」の説明でも、教室では、「どのように考えたの?」「 3×4 の3はどこを指すの?」と問えば、口頭でのやり取りや実際の指

5

右のような、 30° 、 60° 、 90° の角をもつ三角定規があります。
この三角定規を2枚使って、同じ長さの辺をあわせて、次の3種類の図形をつくりました。

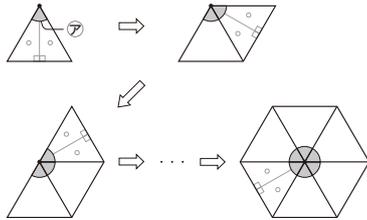


- ① 正三角形 ② 二等辺三角形 ③ 四角形



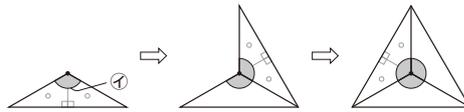
先生 これらの図形の中から1種類を選んで形をつくります。
⑦、⑧、⑨のそれぞれの角が1つの点のまわりに集まるように、選んだ図形を並べていくと、どのような形ができますか。

ゆうた ⑦の角が1つの点のまわりに集まるように、①の正三角形を並べていくと、6つで、正六角形ができました。



(1) 次に、下のように、②の二等辺三角形を選んで形をつくります。

かなえ ⑧の角が1つの点のまわりに集まるように、②の二等辺三角形を並べていくと、3つで、正三角形ができました。



先生 どうして3つでぴったりつくることができるのでしょうか。

かなえ $360 \div 120 = 3$ で、商が3になり、わり切れるからです。

先生 そうですね。
では、 $360 \div 120$ は、どのようなことを計算している式ですか。説明してみましょう。

$360 \div 120$ は、どのようなことを計算している式ですか。
言葉と数を使って書きましょう。その際、「360」と「120」が何を表しているかがわかるようにして書きましょう。

▲図1：平成28年度 全国学力・学習状況調査 小学校算数B問題5 (1)

2つの長方形に分けて考えました。
 まず ①の面積を求めました。
 $6 \times 4 = 24$
 次に ②の面積を求めました。
 $3 \times 2 = 6$
 最後に ①と②の面積をあわせました。
 $24 + 6 = 30$
 だから 面積は 30cm^2 です。

ななみさん ひろとさん

$3 \times 4 + 3 \times 6 = 30$
 答え 30cm^2

▲図2：日本文教出版『小学算数4年下』P.44 L字型の図形の面積の求め方

差しなどで、その式がどのような考え方を表現しているか、クラスで共有することができるでしょう。ところが、「ひろとさん」の書かれた説明が無く、式だけでは、考え方がクラス全体に伝わらないかもしれません。「式だけでは分からない(場合がある)」という感覚は大切です。

一方、理想的な説明は、「ななみさん」の口頭での説明(吹き出しの中)なのかもしれませんが、これは口頭での説明だけに冗長に感じますし、最初からこのように書けることを児童に期待してもいけないでしょう。指導において重要な点は、例えば、児童が素朴に書きやすい「ひろとさん」の式だけの説明から始めて、その式に現れる数が何

(どこ)を指し、演算・関係記号がどのようなことを示しているかを考えさせながら、結局、式全体ではどのようなことを表しているか(式の意味)が分かるように説明を加えていくことです。つまり、最初は簡潔で素朴な説明から始めて、徐々に他者にも分かりやすいと思われる説明に修正させていくことなのです。「式だけでは分からない人がいるかもしれない」という、説明の中にある種の他者性が感じられるようになれば理想的でしょう。

●参考・引用文献
 文部科学省・国立教育政策研究所(2016).『平成28年度全国学力・学習状況調査：小学校算数』
http://www.nier.go.jp/16chousakekkahoukoku/factsheet/data/16p_305.xlsx



移動を通して 図形の見方・考え方を 深める活動



●岡山大学教授
岡崎 正和

1: 数学的な見方・考え方と数学的活動

新しい学習指導要領が告示され、数学科の目標として、「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成する」ことが謳われています。「見方」「考え方」とは、それぞれ「事象を数学の視点から捉えること」、「そこから論理的に考え、解決を振り返り、知識や技能の統合・発展を図ること」とされ、見方・考え方がより分析的に捉えられています。また、数学的活動として「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」が示され、特に、得られた結果を日常の事象に戻して事象の理解を深めたり、新たな数学の事象に適用して、知識・技能の統合・発展を目指したりすることが重視されています。単なる活動ではなく、「見方・考え方を働かせた上での活動」にして、獲得する知識や技能の質を高めつつ、事象との結びつきを確かにして、生きて働く力にすることが目指されていると

言えます。

2: 万華鏡の問題

平成29年度全国学力・学習状況調査に、万華鏡の事象を図形的に捉え、その仕組みを数学的に明らかにする問題があります。

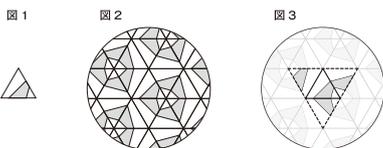
まず、万華鏡の模様を、基本図形（正三角形）に着目し、その対称移動で作られる形として再構成する力が問われています。万華鏡は誰でも見たことがあります。その仕組みまで考えたことがある人はあまりいないでしょう。ここでは「隣り合う正三角形がすべて、共通する辺を軸に線対称になっている」という文の意味を読みとり、その見方で図形を吟味する必要があります。

(1)では、文字Rが書かれた中央の三角形に着目し、他の三角形が辺を軸に対称となっているかを吟味します。このときRという字全体というより、構成要素の辺や点同士が対称かどうかまで踏み込んで捉える必要があります。

1 万華鏡は次のような筒状のおもちゃで、中に3枚の鏡を組み合わせた正三角柱が入っています。鏡が内側に向いているので、中をのぞくと、正三角柱の底面にある模様が周りの鏡に映って、美しい模様が見えます。

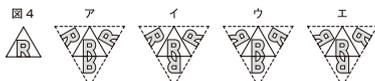


正三角柱の底面にある模様が図1である場合、図2のような模様が見えます。これは、隣り合う正三角形がすべて、共通する辺を軸に線対称になっているとみることができます。例えば、図3にある4枚の正三角形に着目すると、隣り合う正三角形は、共通する辺を軸に線対称になっていることがわかります。



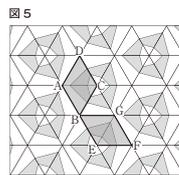
次の(1)から(3)までの各問に答えなさい。

(1) 図3の真ん中にある正三角形が下の図4の模様である場合を考えます。このとき、点線で囲まれた正三角形の模様が、下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

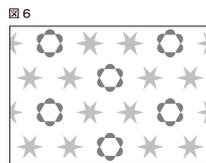


正答率
68.0%

(2) 前ページの図2の模様を図5のように広い範囲で考えます。図5の四角形ABCDの模様は、1回の回転移動で四角形GDEFの模様と重なります。四角形ABCDの模様は、どのような回転移動によって四角形GDEFの模様と重なるか書きなさい。



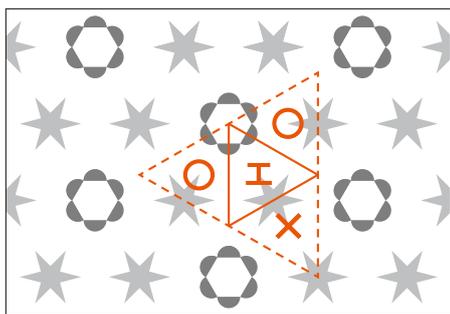
(3) 図6のような模様を作ろうとするとき、そのもととなる正三角形はどのような模様にするべきですか。下のアからエまでの中にもととなる正三角形の模様があります。それを1つ選びなさい。



正答率
14.8%

正答率
53.2%

(3)は、模様を分解して、模様を構成する基本図形を見いだす問題です。ここでは模様を三角形に分解するだけでなく、「もしそれが基本図形であるなら、そこから模様全体が再構成できるか」ということまで考える必要があります。実際、エの図形を選ぶと、周りの3つの三角形の内の2つは対称移動できますが、残りの1つが対称移動できません。従って、分解と構成を同時に働かせる力が必要となってきます。



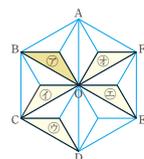
▲エで考えた場合

(2)は正答率が14.8%と大変低い結果でした。対応する四角形の移動を、回転の中心、向き、角度の点から数学的に表現する問題です。角度を示さない解答や角度を間違える解答が多かったようです。回転角を明らかにするには、四角形全体でなく、対応する辺に着目し、その辺同士で作られる角度を調べる必要があります。また、こうした活動の前提として、対応する点や辺を、記号同士の対応関係として明らかにしておく必要があります。従って、記号を振ること自体を重要な活動の一つと位置づけて、図形間の移動(対応)をその要素間の移動(対応)として捉え直し、言葉で表現する活動が重要となってきます。

3: 麻の葉模様の陣取りゲーム

日本文教出版の教科書『中学数学1』では、「麻の葉模様の陣取りゲーム」を扱うことができます。最初に決めた陣から平行移動、対称移動、回転移動で、残りの陣を取り合うゲームです。ここでは単に陣を取り合うのではなく、平行移動では移動の向き、対称移動では対称の軸、回転移動では回転の中心、向き、回転角度を明らかにし、移動を数学的に表現する力を養うことができます。

【図1】 右の図は、162ページで紹介した麻の葉模様の一部で、正六角形ABCDEFの中に、18個の合同な二等辺三角形を、すき間なくしきつめたものです。



⑦を、1回の移動で①～⑥に重ね合わせるには、それぞれどの移動をすればよいですか。

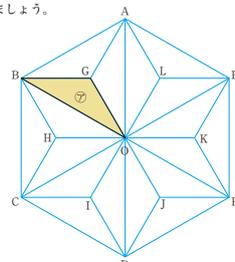
移動の方法は1通りとは限らないよ。



やってみよう

【図1】の図について、くわしく調べてみましょう。

⑦を、
1回の平行移動で移せる場所に「平」、
1回の回転移動で移せる場所に「回」、
1回の対称移動で移せる場所に「対」
の字を、それぞれかき入れましょう。
1回の移動で移せない場所がありますか。



5
年

右の図で、四角形FABOを四角形FODEへ移動させると、⑦を①に重ね合わせることができよ。
どのように移動させればよいかな。



▲日本文教出版『中学数学1』P.171

その際、同じ麻の葉模様が描かれた透明シートを用意し、作業用紙の麻の葉模様の上に載せて、回転の中心を指で押さえて、透明シートが実際にターゲットの二等辺三角形に重なるかどうかをチェックすると効果的です。特に、対応する辺だけに着目させ、辺がどのように動いて重なるか、あるいは対応する点だけに着目させて、点がどう動いて重なるかを観察させ、記号を使って表現させます。

また、上の⑦の二等辺三角形を①の位置に移動させる発展的な見方も養えます。⑦を含む四角形ABOFを、点Fを中心に反時計回りに60°回転移動させると、⑦が①に移動可能であることが説明できます。二等辺三角形だけでなく、それを含むひし形を基本図形として捉え直し、その視点から麻の葉模様の構成の仕方や移動のさせ方を読み解き、図形の見方・考え方を深めていきます。

楽しみながらも、中学2年で始まる証明活動の素地として、生徒が図形の見方・考え方を深め、説明する力を向上させていきたいものです。

●参考・引用文献

文部科学省・国立教育政策研究所(2017).『平成29年度全国学力・学習状況調査：中学校数学』.
http://www.nier.go.jp/17chousakekkahoukoku/factsheet/data/17m_305.xlsx

小学校算数科での プログラミング教育の展開を どう具体化するか



●青山学院大学 客員研究員
竹中 章勝

前回の記事では、次期指導要領の算数科5学年B図形の学習の中で例示された「正多角形の作図」を題材にコンピュータを用いた学習活動を取り扱う意図や観点について整理してみました。

今回は具体的なプログラミングの方法や、授業での進め方について考えてみます。

プログラミング環境

プログラミングを行うためのプログラミング言語環境は非常に多くの種類があり、コマンドなどの表現方法に着目すると「テキスト型言語」と「ビジュアル型プログラミング言語」に大別できます。前者は、処理の内容や手順を文字で記述していくもので、記述を1文字でも間違えるとエラーとなって正しく動きません。一方、後者は、文法エラーが起りにくいタイル型のコマンドを組み合わせることでプログラムできるようになっています。初学者や子どもがプログラミングを学ぶことに適した環境になっており、例えば、Viscuit^[1]、Scratch^[2]、Pyonkee^[3]などはしばしば子ども向けのセミナーなどで利用されています。

[1] Viscuit <http://www.viscuit.com/>

[2] Scratch <http://scratch.mit.edu/>

[3] Pyonkee <http://www.softumeya.com/pyonkee/ja/>

正多角形を描画するプログラムと授業展開

ここではScratchを使って正多角形を描画する方法を紹介します。



Scratchでは「スプライト」と呼ばれるキャラクタの移動した軌跡を描画することで図形を描くことができます。



この2種類のタイルを右のように8個つなげれば正方形を描画できます。このように手順をつなげる構造を「順次」と呼びます。さらに、

「4回繰り返す」「100歩動かす」「90度回す」の3個のコマンドで正方形が描画できます。この構造を「繰り返し」と呼びます。プログラミングには構成要素として「順次」「繰り返し」「条件分岐」の3つがありますが、この正多角形の題材でそのうちの2つを学ぶことができます。

次に「正三角形を描画するにはどのようにプログラムすればよいでしょうか？」と発問すると、「正方形が90度だったから正三角形は60度かな？」などと仮説を立てる児童が多くいます。実際に「60度回す」と角度を設定してプログラムをかくて実行すると「あれ！なんで？」と声が上がるでしょう。既習内容から「正三角形の1つの角の大きさは60度」という知識があるので、そのまま回す角度のコマンドを60度で設定しますが、コンピュータは思わぬ図形を描画してしまいます。

ここで、なぜ正三角形が描けないのか思考を促し、時にはグループで相談を促し対話的な学びとするのも良いでしょう。図をかいたり、実際に自分がキャラクタになったつもりで動いてみたりして、おおよそ何度くらい動けば、正三角形が描けるか考えてみても良いでしょう。結果として進行方向の直線(180度)から1つの角度(60度)をひいた120度を回転角度と設定すると正三角形が描画できることを発見します。

同様に正六角形や正八角形などの描画に挑戦していくことで正多角形の「角度のきまり」を自分たちで発見するでしょう。

算数単元との整合性

従来の5学年B図形の学習では、コンパスでかいた円周上に分度器とコンパスで直線をひくことで正多角形を描画していきます。円周率の学びにつなげてい



きます。この手順どおりにプログラムを記述してみると上の図のようになります。

前述のプログラムではわずか3つのコマンドで描くことができた正多角形ですが、人がかく手順を表すと膨大な手順で描いていることがわかります。この手順の違いをどう考えればよいのでしょうか？

ここで指導要領に立ち戻ってみると、総則第3の1に「各教科の特質に応じた物事を捉える視点や考え方(以下「見方・考え方」という)」とあり「各教科の見方・考え方」を元に目標がたてられています。従来の円周上の点を結ぶ算数での学習展開は「数学的な見方・考え方」によって捉え、一方、プログラミングによってコンピュータの特性に応じシンプルな手順で描画する展開は「情報的な見方・考え方」、あるいは「プログラミング的思考」や「コンピュータ的思考」として捉えることが大切です。そして、仮説として考えた角度をプログラムですばやく修正・描画(シミュレーション)し、思考過程を整理しながら良質の試行錯誤をすることで正解に辿り着くことができます。

このように、「数学的な見方・考え方」と「情報的な見方・考え方」の双方で補完し合うことで、「主体的・対話的で深い学び」が生まれ単元内容が深まる学びが実現できるのではないのでしょうか。

2年～：カードを使って筆算のしかたを考えよう

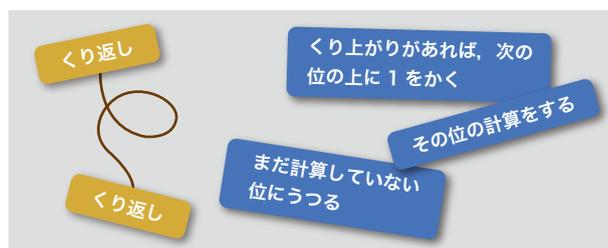
筆算の学習は2年の加法・減法から始まり、3年の乗法、4年の除法と続いていきます。

さて、子どもたちが十分に筆算をできるように

なったとき、次のように問うと子どもたちからはどのような反応が返ってくるのでしょうか。

「たし算の筆算のしかたを説明してください。」

この発問への返答は実は大人でも容易ではありません。子どもたちは(大人も)「 $38+24$ 」といった具体的な計算を提示して説明しようとするでしょう。しかし、筆算のしかたはその一例によって決めてよいのでしょうか？ やはり「どんな数でもできる筆算のしかた」を説明させたくありません。しかし、大人でも言語化するのが困難な筆算のしかたですから、ここはカードを使うことによってハードルを上げて考えていきましょう。



上の図のような、筆算の手順を示した3枚のカードと、2枚の「くり返し」を用意します。「くり返し」は上の図のようにひもでつながっているとよいでしょう。

さて、3枚程度であれば、子どもたちはまずカードを並べて筆算のしかたをうまく表現できるかと思えます。検証してみましょう。

実はこのカードには「仕込み」があって、くり上がりのない「 $324+463$ 」の計算ならうまくいくのですが、くり上がりのある「 $38+24$ 」ではうまくいきません。「まだ計算していない位」とは、計算していなければどの位でもよいのでしょうか。そうではありません。加法の筆算は「もっとも小さい位」から計算を始め、順々に大きい位にうつりました。でも、なぜそうなのでしょう？ 「くり上がりがあれば、次の位の上に1をかく」という処理があるためです。ですので、この処理は「まだ計算していない、一番小さい位にうつる」にしなければなりません。

このように手順をとらえ、不足があれば補足し、処理が必要または不要である理由を改めて説明することで、筆算のしかたやアルゴリズムへの理解が深まっていくことと思います。いずれはカードの内容を短くし、処理を小分けにしていく、という学習もしてみたいものですね。

三角

パズル

で論理力を育てよう!

三角パズルは「楽しく論理力を高めることができる数字パズル」です!

サイエンスライター
鍵本 聡

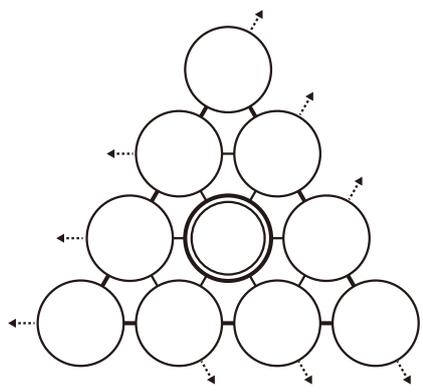


三角パズルをつくってみよう

今回は三角パズルの作成方法を説明しましょう。簡単な流れは次のような感じになります。

- 1: 解答をつくる
- 2: それらの和を計算してかく
- 3: 最後に○の中の数を取り除く
- 4: 確認として、自分で解く

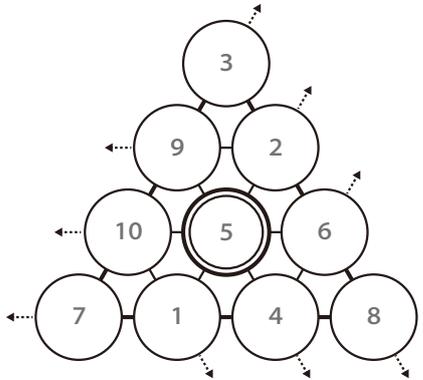
◆第1段階: 解答をつくる



上の図を元にして、まず解答をつくりましょう。

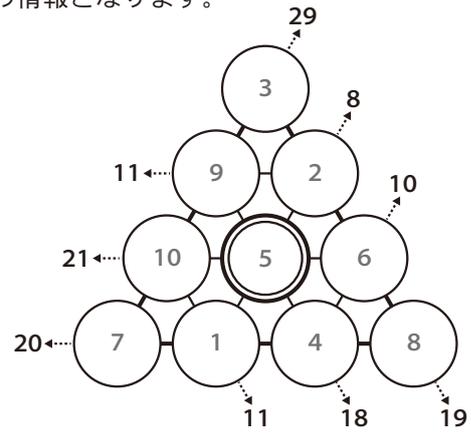
三角パズルのおさらい: それぞれの○には1から10までの異なる数がいり、○を貫く矢印の先には貫いている○の和が示されます。出題される図に示されるのは、真ん中の○の数と矢印の和だけで、その情報から○にはいるすべての数を考えるのが三角パズルです。

○に1から10までの異なる数を入れていきます。これはどのように入れてもかまいません。問題の難しさはここに入れる数の配置もあるのですが、重要なのは「どれだけ問題に情報を示すか」ということなので、最初は気にせずに入数を入れていくとよいでしょう。注意したいのは重複する数を○に入れていないかどうかです。これは必ず確認するようにしましょう。



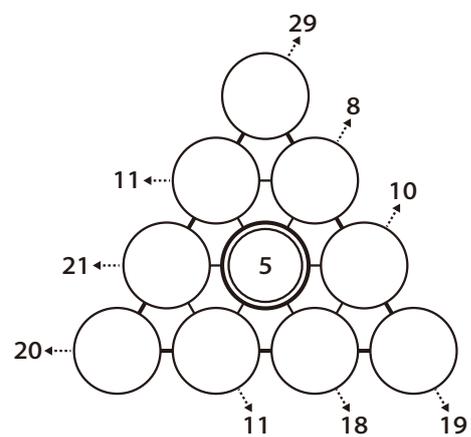
◆第2段階: 和を計算してかく

次に、下の図のように周りの矢印の先に○の数の和をかき込んでいきます。これはパズルのすべての情報となります。



◆第3段階: 数を取り除く

最後に下の図のように○の中の数を取り除いていきます。この際に、○の数をいくつか残すことで、問題の難しさのレベルを調節することもできます。



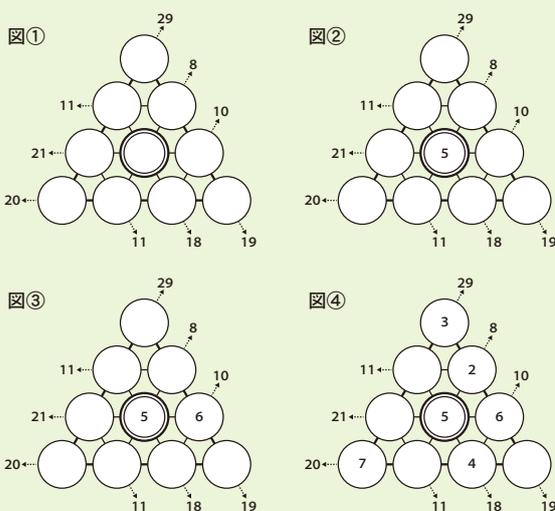
目安としては、次のようになります。

上級者用（下図①）：○の数をすべて取り除きます。非常に難しいレベルです。

中級者用（下図②）：真ん中の1個を残して取り除きます。一般的なレベルですね。

初心者用（下図③）：真ん中の1個とその隣のどこか1個の合計2個を残して取り除きます。コツをすぐつかむことができます。

小学生用（下図④）：真ん中の1個とそのまわりの2個～3個を残して取り除きます。三角パズルの意味を理解するための第一歩に。



◆第4段階：自分で解く

最後に、つくった問題を自分で解いてみます。

すべて数を取り除く上級者用の場合に注意点があります。まれに答えが複数ある問題ができるこ

とがあるのです。そのときは数の配置を変えてつくり直すか、レベルを調整して数を表示することで答えを確定できるようにするとよいでしょう。

以上のように、三角パズルは意外と作成が簡単ですが、自分で解けないと最後の第4段階ができません。自分で解ける問題を作成するようにしましょう。できあがったものを自分で解くと超難問だったということもあるので、ご注意ください。

こうやって三角パズルを自分でいくつも作成していくと、試行錯誤の力と集中力を同時に楽しく強くすることができます。問題を出し合ったりして、みんなで楽しむことができるのです。

三角パズルの超難問がある？

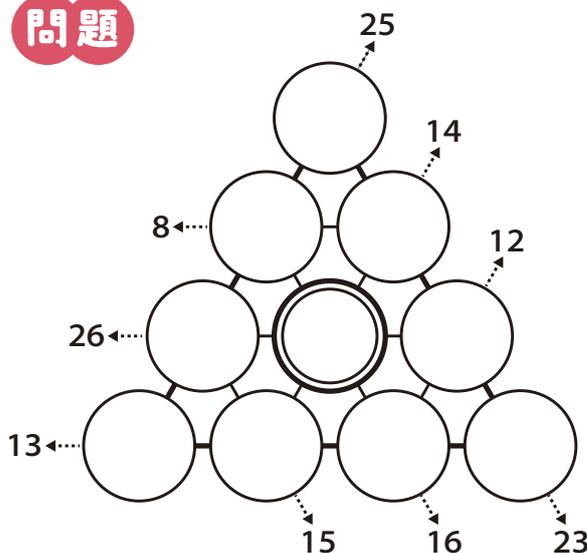
さて、三角パズルの難度は上級者用で終わりではありません。もっと三角パズルは難しいものも作ることができます。

難しくする方法はいくつかあります。

たとえば、○の中の数だけではなく矢印の先の和もどれか1つ取り除いてみる、というものです。やってみるとわかりますが、これだけで格段に問題が難しくなります。ただし、情報が少なくなればなるほど、正解が一つに決まらずに複数になる可能性も高くなるので注意してください。

ぜひみなさんが三角パズルを通じて素晴らしい算数力を身につけられるように願っています！

問題



1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

ヒント

ブレイクスルーは12から。和が12となる2数はいくつかありますが、上側の○は横向けに3つで和が26となることから、小さい数はいはいることができません。

解答

弊社webサイトにて公開中です。



「スミス氏の子供たちの問題」

もうひとりの子どもも、男の子である確率は $\frac{1}{2}$?それとも $\frac{1}{3}$?

●天理大学教授
上田 喜彦



数学の分野で確率論ほど、専門家でも間違いを犯しやすい分野は他にないといわれることがあります。今回は、一般に「スミス氏の子供たちの問題」として知られている確率の問題です。この問題は、確率と曖昧性の問題を提起するものになっています。

「スミス氏の子供たちの問題」は、マーティン・ガードナーが、雑誌“Scientific American”の1959年5月号に書いた“Another collection of ‘brain-teaser’”と題するコラムで、次のように紹介されている問題です。¹⁾

スミス氏には子供が2人いる。そのうち、少なくとも1人は男の子である。両方とも男の子である確率はどれくらいだろうか。

ジョーンズ氏には子供が2人いる。年上の子供は女の子である。両方とも女の子である確率はどのくらいだろうか。

この問題を普通に考えると、スミス氏には子どもが2人いて、少なくとも1人が男子なので、

男子-女子
女子-男子
男子-男子

の3通りの事象が考えられます。両方とも男子である確率は、1通りですから、その確率は $\frac{1}{3}$ ということになります。

ジョーンズ氏の場合は、1人目が女子と決められているので、

女子-男子
女子-女子

の2通りの事象しかありません。したがって、両方とも女子である確率は $\frac{1}{2}$ になります。

今回の解答編でも、同様の考え方が示されています。では、アブドゥラの考えが正しく、ム

ハンマドの考えは間違いなのでしょうか。実は、この解答に関してガードナーは、同じ雑誌の1959年9月号のコラムで「確率と曖昧さに関する問題」と題して、「ランダムにするための手順を特定しそこねたことで曖昧性が生じたもう一つの例」²⁾としてこの問題を挙げています。答えは「少なくとも1人が男子である」という情報を獲得する経緯に依存する、というのです。ということなのでしょうか?

次のような状況を考えましょう。子どもが2人いる家庭をランダムに選びます。もし、2人の性別が一致している場合にはその性別について「少なくとも1人が男子/女子」とし、性別が一致していない場合は、どちらか1人を選んで選んだ子どもの性別にあわせて、「少なくとも1人が男子/女子」とする場合です。「少なくとも1人が男子/女子」としたとき、もう1人と性別が一致する確率は…? この場合は実は $\frac{1}{2}$ です。

一方、解答編では女子2人の場合を「条件に合わない」としています。もし「少なくとも男子1名」が条件である一先の例でいえば、子どもが2人いる家庭のうち、少なくとも1人は男子である家庭だけを対象にするならば、答えは確かに $\frac{1}{3}$ になる、ということができます。

マテマ! Rの問題にもどると、答えは、西の大国から帰ってきた使節が「少なくとも1人が男子である」という情報をどのように得たかに依存することになるのです。「報告は正確に」ということですね。

●参考・引用文献

- 1) マーティン・ガードナー著 岩沢宏和・上原隆平監訳 (2015)『完全版 マーティン・ガードナー数学ゲーム全集2 ガードナーの数学娯楽 ソーマキューブ/エレウス/正方形の正方分割』日本評論社, P.176
- 2) 前掲書 1), P.264

マテマR!

解答編

ムハンマドの言うとおり、男女の生まれる確率が同じなら男子も女子も $\frac{1}{2}$ ずつじゃないかな。

1人目の子

2人目の子

そうだよ。

でも「少なくとも1人は男子」だから1人目が男子か2人目が男子かはわからないんだね。

それは大きな問題じゃないかな?

ハールーン様は「もう1人の子どもも男子」と言ってるぞ。この場合の2人の子どもの性別のあらゆる方はどうなる?

あれっ... なんか。性別のあらゆる方が「男子2人になるのは4通りのうちの1つしかないね...」

そうか! だからアブドゥラの言うとおりの事である確率が大きくなるんだ! もう1人が男子である確率は $\frac{1}{2}$ なんだね。

もう1人が男子

もう1人が女子

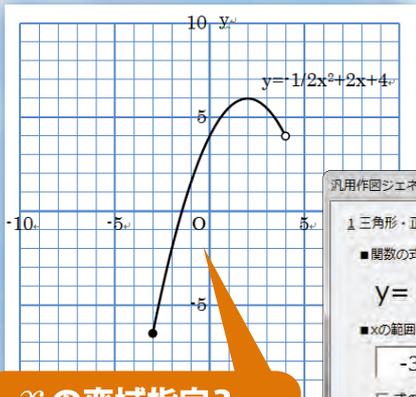
「少なくとも1人は男子」ではない。

まって! 最後の女子2人は条件にあてはまらないから「もう1人が男子である確率は $\frac{1}{3}$ だよ。」

もう1人が女子になる確率は $\frac{2}{3}$ だね。

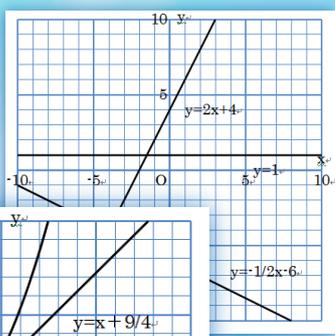
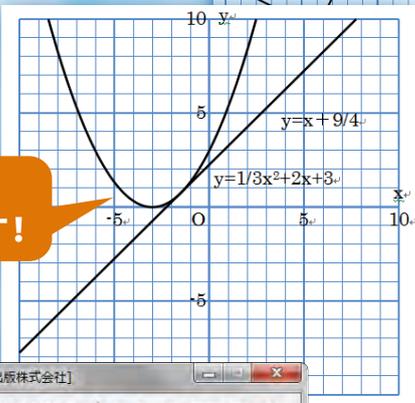
ふしぎな話で糸内得できない? 実は別の考えもあるんだ。図書館やネットで調べてみよう。

Microsoft Wordで 三角形・平行四辺形が 二次関数のグラフが かける!



**xの変域指定?
もちろんできます!**

**接線?
もちろんかけます!**



汎用作図ジェネレータ Focaccia in VBA ver.0.920b [日本文教出版株式会社]

1 三角形・正多角形作成機能 2 数直線作成機能 3 関数グラフ作成機能 4 オブジェクト管理・設定

■関数の式 (係数が1や-1の場合も数値を入力する)
 $y = -1/2 x^2 + 2 x + 4$ 一次関数で描画 関数を他の方法で設定
 x=kのグラフを描画

■xの範囲 (座標平面の作成範囲に影響します)
 $-3 \leq x < 4$

式の条件にあわせて座標平面を作成
 この関数を詳しく
 x軸との交点の個数: 2点
 x軸との交点の座標: $2 \pm 2/3$
 虚数解を表示する
 グラフの向き: 上に凸
 極値の座標: (2 , 6)

座標平面の設定
 負の領域を描画しない XY軸のみ描画
 座標平面のテンプレート
 正方形(-10 ≤ x ≤ 10, -10 ≤ y ≤ 10)
 範囲指定 正の範囲 負の範囲 目盛の間隔
 X軸 10 -10 1
 Y軸 10 -10 10pt

座標平面を選んでグラフを作成(S) 座標平面のみ作成(C)
 接線等を設定(I)
 座標平面とグラフを作成する(E)

**設定も自由自在!
交点座標も
もちろん式で表示!**

汎用作図ジェネレータ

『Focaccia (フォカッチャ)』

日本文教出版 Web サイトで **無料公開中!**



『Focaccia』は VBA (マクロ) を利用した Word データで、インストールなどは不要です。
 『Focaccia』の動作環境については弊社 Web サイトで必ずご確認ください。
 画像は開発中のもので、予告なく変更する場合があります。

ROOT No.21

日文教育資料 [算数・中学校数学]

平成29年(2017年)10月31日発行

編集・発行人 佐々木秀樹

発行所 日本文教出版株式会社
 〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5
 TEL: 06-6692-1261

本書の無断転載・複製を禁じます。

CD33375

日本文教出版 株式会社

<http://www.nichibun-g.co.jp/>

大阪本社 〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5
 TEL:06-6692-1261 FAX:06-6606-5171

東京本社 〒165-0026 東京都中野区新井1-2-16
 TEL:03-3389-4611 FAX:03-3389-4618

九州支社 〒810-0022 福岡市中央区薬院3-11-14
 TEL:092-531-7696 FAX:092-521-3938

東海支社 〒461-0004 名古屋市東区葵1-13-18-7F・B
 TEL:052-979-7260 FAX:052-979-7261

北海道出張所 〒001-0909 札幌市北区新琴似9-12-1-1
 TEL:011-764-1201 FAX:011-764-0690