2018



本資料は,一般社団法人教科書協会 「教科書発行者行動規範」に則り、 配布を許可されているものです。

日文の実践事例、教科情報

詳しくはWebへ! 日文 検索

⑥***をになう子どもたちへ 日本文教出版



▲ポルトガル『傘祭り』

傘の中をのぞくと,

そこに広がるのは三角形たちの世界。

―トラス構造―

三角形をつなぎ合わせると,

不思議なことに「強い」構造が生まれるのです。

トラス構造は傘の他にも橋や体育館など, いろいろな所で私たちを支える縁の下の力持ち。 どこに隠れているか, ぜひ探してみてください。





CONTENTS

0

0

Hello, Mathematics!

博士がくれた数学の美しさと 思いがけない出会い

作家 小川 洋子



小学校編

グラフの数値間の関係、さらには 複数のグラフ間の関係を読み取る活動へ

上越教育大学教授 岩崎 浩

中学校編 割合の意味や見方をもとにして, 割合の求め方を考える活動

福岡教育大学准教授 岩田 耕司

特別支援編

「授業のユニバーサルデザイン」を実現する準備

横浜市立洋光台 第一中学校 主幹教諭 下村 治

突撃!街の本屋さん ジュンク堂書店 大阪本店

不等号パズルで論理力を育てよう!

サイエンスライター 鍵本 聡

読み解く数学偉人伝 オイラー

桐蔭横浜大学准教授 城田 直彦



取材協力 株式会社新潮社 (P.2~5)

中村編集デスク (P.2~5)

ジュンク堂書店 大阪本店 (P.12~13)

撮影 樋川写真事務所 (P.2~5) イラスト 藤井美智子 (P.16~17) デザイン 株式会社京田クリエーション



思いがけない出る 数学の美しさと



作家
小川洋子

80分しか記憶がもたない数学者の「博士」と、博士の家政婦となった「私」、そして私の10歳の息子「ルート」。3人が紡ぎ出す、驚きと歓びに満ちた日々を描いた小説『博士の愛した数式』は、発刊から15年が経った今もなお、多くの読者に愛されている一冊です。

数学が好きな人だけでなく,そうでない人をも惹きつける『博士の愛した数式』の作者,小川洋子さんに数学や小説の魅力について語っていただきました。

数学にも文学が隠れていると 感じたことがこの小説の出発点です。

――どうして数学や数学者をテーマにした小説を 書こうと思ったのですか?

ある教育番組で、数学者の藤原正彦先生が天才 数学者たちの生涯についてお話しされていたのを 見たのが始まりです。そのときの、藤原先生の数 学や数学者の捉え方が非常に文学的だったんです。 ある人間が、誰も知らない法則を発見することが どんなに素晴らしいか、発見された数学の法則が いかに美しいか、藤原先生は情感豊かに表現され ていました。数学では「美しい」という言葉は使 わないだろうと思っていたので、驚いたことを覚 えています。そのときはまだ数学をテーマに小説 を書こうとは考えていませんでしたが、藤原先生 の書かれた本や数学者の伝記を読んでいるうちに、 数学にも文学が隠れていると感じ、もしかしたら 数学を扱った小説が書けるかなと思い始めまし た。

また、数学的発見の多くが「今すぐに何かの役に立つかわからない」というところも、素晴らしいと感じています。「今これがあれば世の中の人が助かる」とか、「お金を儲ける」といった、目先の効果や利益を求めることとは違った価値観で、人間が努力していることが尊いと思います。もしかすると、何の役に立つかわからないと思っていた数学的発見も、発見者が死んだ後に実はとても役立つものだったとわかるかもしれません。そんなところもまた文学に近いと思いました。このように、役に立たないと思われていることにも「美」を見いだせるのは、人間にしかできないことだなと思います。

小説にならない題材は 無いのではないかと思います。

----もともと算数·数学は得意教科だったのですか?

算数・数学はとても苦手でした。私は3月30日 の早生まれで、それを言い訳にしてはいけないので すが、クラスの中では何をやってもできない子でし た。算数のドリルを解き終えるのも一番遅かったで すね。時間が十分にあれば、問題を解くことができ たのかもしれませんが、スピードを競ったり手際よ く何かを行ったりすることが苦手で,そこから算数・ 数学が嫌いになってしまったのかもしれません。

それでも『博士の愛した数式』を書いていたと き. 数十年前のこんな記憶がよみがえってきまし た。高校数学の証明問題で,一生懸命考えて証明 を書いても「これは間違っているな」となぜか思 うことがあったんです。反対に、「これは絶対合っ ている」とわかることもありました。この小説を 書いて気づいたのですが、答えが合っているかど うかが感覚的にわかったのは、証明の流れの美し さを感じていたからだと思います。

そうは言っても、あまりにも本を読むのが好きで したし、文系と理系は明確に分かれていて、その/



△間には橋が架かっていないと思っていたので、自 分は文系だと思い込んでいました。今思えば、か たくなに文系と理系で人間を分ける必要はなかっ たかもしれません。子どもの頃は、恐竜の本や図鑑、 家庭の医学,新聞の科学欄などを読むのも大好き でした。自分は小説を書きたくて文芸科に進みま したが、今は一見文学とはかけ離れているような ものでも、小説にならない題材は無いと感じてい るので、何を勉強してもよかったなと思います。

余談ですが、大学生の頃に一度だけ手相をみて もらったことがあり、「あなたは将来、数学関係の 仕事に就くでしょう。理系の方にあなたは向いて います」と言われました。そのときは、絶対にそ んなことはないと思ったのですが、 今は少し当たっ ていたのかなと思います。



数学の扉に触れたときの喜びや感動を 小説で再現できるか心配でした。

-苦手だった数学が題材の小説を書くことに、 不安などはありませんでしたか?

私は数学に関して初心者なのですが、ほんの少 し数学の扉に触れただけで、感動することが何度も ありました。例えば「あぁ,数字の中には完全数や, 友愛数というものがあるのだな」と、はじめて知っ たときは喜びを感じましたね。この喜びを、いかに 『博士の愛した数式』で再現できるかが心配でした。

また, この小説を最初に載せた文芸誌『新潮』 の編集長に「数学者を主人公に書こうと思ってい ます」と伝えたときの、なんともいえない不安に

満ちた表情はよく覚えています。「……数学です か?」と、少し後ずさりをするような表情でした。 しかし打ち合わせをする中で、編集長が「そうい えば、学生の頃に取り組んだ図形の問題で、はじ めはわけがわからなかったのに、補助線を一本引 いただけでパッと全てがわかったという。あの感 動は素晴らしいものでした」と言われたんです。 それを聞いて、「やはり数学は小説になる題材だな」 と思いました。編集長が経験したような物語的な 体験を、実はみなさんも数学を通して経験されて いるのではないでしょうか。



博士と家政婦とルート君、 誰が主人公なのかパッと答えられないですね。

『博士の愛した数式』の読者からは、 どのような反応がありましたか?

若い読者の中には、「ルート君が偉い!」と博士よりルート君に対して感情移入している方が多かったです。一見すると、博士がルート君を人類愛的な大きな愛で守っているようだけれど、実はルート君が博士を守っているのだと、若い読者は捉えていました。√記号がどんな数字でも受け入れるように、ルート君は博士を受け入れているのですね。また、ルートには「根っこ」という意味もあります。ルート君は、子どもが生まれながらに持っている、そこにいるだけで大人が救われるような神秘的な力で、小説世界の根っことなりこの小説を支えてくれているのだと思います。

『博士の愛した数式』では、誰が主人公なのかパッと答えられません。家政婦さんは、博士の晩年に偶然寄り添うことになった立場で語る非常に重要な人物ですが、あくまでも語り手です。では、博士が主人公なのかというと、博士もルート君がいないと輝けない人物です。はじめから意図したわけではないのですが、博士と親子の3人が三角形をなしており、この3という数字が重要だったのだと思います。

貴重な体験や思いがけない出会いを くれた小説です。

----『博士の愛した数式』がきっかけの 思わぬ出来事はありましたか?

この小説をきっかけに、日本数学会から賞をいただいたときのことです。私の表彰の前に、別の数学賞を受賞された研究者の紹介や、受賞者ご本人のスピーチがあったのですが、それを一言も理解できないという非常にシュールな体験をしました(笑)。日本語で話されているはずなのに、私には内容が何一つ理解できない、けれども素晴らしいことだ



ということはわかる、という貴重な体験でした。

もう一つ意外な出会いだったのは、日本のスイス大使館に招待していただいたことです。小説で取り上げた、数学者のオイラーがスイス人だったことから、「よくぞ、オイラーを取り上げてくださいました」とディナーに呼んでくださったのです。ただ、スイスの方との共通の話題がオイラー以外に何があるのか、とても困りました。男子プロテニス選手のロジャー・フェデラーや、スイス在住だった作家トーマス・マンの話などでなんとか乗り切りました。

また、数学の本を読んでいるときに、6 や 28 が 完全数ということを知ったのですが、阪神ファンだった私は「28 は江夏の背番号だ」と偶然気づくことができました。江夏はいろいろな球団を渡り歩いていながら、阪神時代だけにこのような象徴的な背番号をつけていたのです。年代の異なる博士とルート君を結ぶ共通の話題として、野球がうってつけだろうと思っていたので、これはうまくことが起きたとしか言いようがありませんね。

私が今まで書いた小説の中でも『博士の愛した 数式』は、最も思いがけない出会いをもたらして くれた小説です。

本当に大事なことは、後になってから わかる。急かされない場所が子どもには 必要だと思います。

小説では数学の問題をじっくり考える場面が ありましたが、これにはどのような意味が込 められていますか?

小説を書くようになって気づいたことですが、 本当に大事なことは、後になってからわかるので すよね。小説を書き終わってから、「そうか、ルー トってそういう意味もあったのか!」と気づくこ ともありました。このような体験を大人になる過 程で積み重ねてきたので、なんでもすぐにテキパ キできない子を切り捨てないでほしいと思います。

小説の中で、博士は問題を解くとき絶対に急か しません。早くしなさいと強制しないのです。こ れは、私の子育ての反省から出てきた教訓でした。 子育てをしていた頃. なぜ私はあんなに早く早く と言っていたのか、私は何に追い立てられている

△たのかと思います。今振り返ると、全くわから ないのです。

数学はじっくり考える必要のある代表的な学問 だと思います。フェルマーの最終定理を証明した 方も, 一生涯かけてあの定理のことを考えていた わけです。数学者の中には、生涯をかけても証明 しえなかった方もたくさんいました。しかし、そ ういう人々の研究をもとに、数学の発展はなされ てきたのです。

子どもには、じっくり考えても時間がかかって も、決してマイナスにならない場所が必要なのか もしれません。ルート君は幸せなことに、博士と 一緒の時間はそれが許されていました。また、成 果主義の慌ただしい社会の中で、せめて親くらいは 「こんなことをして何になるのか」と疑問を感じる ようなことにも、実は意味があると認めてあげた いですね。現実にそういう場所がなかなか無いと きは、いろいろな本を読んでいただきたいと思い ます。本の中には違う時間が流れていますから。



読んできた本は全て繋がり合っている。 偶然の出会いを大切にしていきたいです。

-今後,どのような小説を書いていきたいですか?

どんな題材と出会うかで、小説のテーマは全然 違ってきます。偶然の出会いなので今後のことは わからないのですが、常に心をからっぽにして、 何が入ってきても先入観なしに受け止められるよ う, 何にでも驚ける心を持っていたいなと思って

振り返ってみると、自分がこれまでに読んでき た本は、全てが繋がり合っていると感じます。子 どもの頃にこたつの中で夢中になって読んだ本も、 新人賞の選考会で読んだ候補作も、自分の記憶の 中で繋がり合っているのです。どの一冊として置 きざりにされている本が無いのが不思議で、自分 の非常に大事な部分を読書が作っている感じがし ます。どんな本からも得るものがありました。読 むことも書くことも、全てがまた書くことに繋がっ ていく、ありがたい仕事だと思います。



小川 洋子 (おがわ ようこ)

岡山県生まれ。早稲田大学第一文学部卒業。 2003年『博士の愛した数式』がベストセラーになる。 本書は第一回 本屋大賞, 第一回 日本数学会出版賞などを受賞。 発刊部数は 273万部 (2018年8月時点) 主な著書に『ホテル・アイリス』『沈黙博物館』『アンネ・フラン クの記憶』『薬指の標本』『夜明けの縁をさ迷う人々』『猫を抱い て象と泳ぐ』『琥珀のまたたき』などがある。



グラフの数値間の関係, さらには複数のグラフ間の 関係を読み取る活動へ



●上越教育大学教授 岩**崎 浩**

● 正答率が最も低かった問題

今回は、平成30年度に実施された全国学力・学習状況調査問題(算数)の中で最も正答率が低かったB問題の3情報の関連付けと解釈・表現及び判断(アンケートの結果調べ)を取り上げ、主に児童の解答結果から正答率が低かった要因等を分析し、授業改善の手がかりを探りたいと思います。

3 (1)は,メモ1とメモ2が,それぞれ,グラフについてどのようなことに着目して書かれているのかを答える記述式の問題です。「数量関係」領域からの出題で,評価の観点は「数学的な考え方」でした。メモの情報とグラフを関連付け,総数や変化に着目していることを解釈し、それを記述できるかどうかをみています。この問題の全国(国公私立)正答率は20.9%で最も低く、無解答率は最も高い17.9%でした。3 (2)は、一つの事柄について表した棒グラフと帯グラフから読み取れることをまとめた文章に当てはまるものを答える選択式の問題です。(1)と同様「数量関係」領域からの問題で、評価の観点も「数学的な考え方」です。棒グラフ

と帯グラフから読み取れることを,適切に判断できるかどうかをみています。この問題の全国(国公私立)正答率は24.0%で,2番目に低い結果でした。

?: どこに課題があるのか

3 (1) の正答の条件は,次の①,②を全て書いていることです。

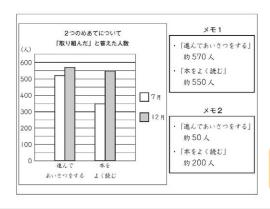
- ①メモ 1 が 12月の人数に着目して書かれていることを表す言葉や数
- ②メモ2が7月の人数と12月の人数の差に着目して書かれていることを表す言葉や数

児童の解答類型をみると、①と②の全てを書いているもの(正答)20.9%、①を書いているもの11.2%、②を書いているもの5.9%です。また、これらを含めて何らかの形で①や②を書いているものが39%で、上記以外の解答(【解答類型99】と記す)、すなわち、①や②が書かれていない解答が43.1%です。【解答類型99】の例として「メモ1はめあてに取り組んだ人数で、メモ2はめあてに取り組めなかった人数です。」が挙げられています。

3

しおりさんたちの学校は、「進んであいさつをする」と「本をよく続む」の2つのめあてに取り組んでいます。

しおりさんたちは、7月と | 2 月に、2 つのめあてについて全校児童 625 人 に対してアンケート調査をし、その結果を下のグラフに表しました。 しおりさんは、グラフからわかることを 2 つのメモに書きました。



えりかさんとまさるさんは、しおりさんが書いたメモについて話し合って います。



メモ1を見ると「進んでおいさつをする」のほうが人数が多いです。でも、メモ2を見ると「本をよく読む」のほうが人数が多いですね。



メモ1では、「進んであいさつをする」のほうが人数が多く、 メモ2では、「本をよく読む」のほうが人数が多いのは、なせ でせない



メモ1とメモ2は、それぞれ、グラフについてちがうことに 着目して書いているからです。

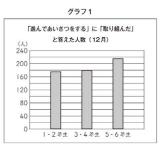
しおりさんが言うように、メモ1とメモ2は、それぞれ、グラフについて ちがうことに着目して書かれています。

(1) メモ1とメモ2は、それぞれ、グラフについてどのようなことに着目して 書かれていますか。それぞれ着目していることを、言葉や数を使って書き ましょう。

正答率 20.9%

▲平成30年度全国学力・学習状況調査 小学校算数 B 問題 3 (1)

しおりさんたちは、「進んであいさつをする」について、12月のアンケート調査 の結果を 1・2年生 3・4年生 5・6年生に分けて調べました。 そして、「進んであいさつをする」に「取り組んだ」と答えた人数を、グラフ1 に表しました。

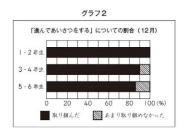


「取り組んだ」と答えた人数が、いちばん多いのは5・6年生 ですわ



でも、 1・2年生、 3・4年生、 5・6年生の学年の人数が、 それぞれ 175人、200人、250人と、ちがうので、「取り組んだ」 と答えた人数の割合も調べてみませんか。

しおりさんたちは、1・2年生、3・4年生、5・6年生それぞれの、学年の 人数をもとにしたときの「進んであいさつをする」に「取り組んだ」と答えた 人数の割合を求め、グラフ2に表しました。



(2) グラフ1とグラフ2を見て、次のようにまとめます。

正答率

24.0%

- 「進んであいさつをする」に「取り組んだ」と答えた人数が、いちばん 少ないのは「 (ア) 1です。
- [⑦] の、「進んであいさつをする」に「取り組んだ」と答えた 人数の割合は、いちばん [④]です。

上の分にあてはまるものを、下の 1 から 3 までの中から 1 つ選んで、 その番号を書きましょう。また、上の①にあてはまるものを、下の 4 と 5から選んで、その番号を書きましょう。





▲平成30年度全国学力・学習状況調査 小学校算数 B 問題 3 (2)

それぞれのめあてに取り組んでいる活動を評価す るというアンケート調査の目的から, 重要な関係 に気づけているように思われます。しかし、その 数学的な根拠となるグラフと関連づける表現が足 りないのです。

|3|(2)は、児童の解答類型をみると、⑦に3、④ に4としているものが最も多く、52.2%です。多 くの児童がグラフ1との関係を考慮せずに、5・6 年生の立場からグラフ2を解釈していることにな ります。グラフ2の解釈としては正しいのですが, グラフ1と矛盾していることを見落としています。 また、棒グラフと帯グラフという 2 つのグラフを 関連づけて読み取ること, すなわち, 複数のグラ フの間の関係が問題となっています。このような 問題は、児童にとって、1つのグラフを読み取る問 題よりも格段に難しいということです。

【 3 授業改善のためのヒント

急速に情報化が進展する社会の中で、物事を多 角的・多面的に吟味し定めていく力(クリティカル・ シンキング)や統計的な分析に基づき判断する力 を各学校段階を通じて体系的に育んでいくことが 強く求められています。こうした背景から、新学

習指導要領に、新しい領域として「データの活用」 が導入されました。

普段の授業で、子どもの気づきや主張が、その 根拠となるグラフ等で示されたデータのどこに着 目したものなのかを積極的に問題にすることが大 切です。そのためには、単にグラフの数値を読み 取るだけではなく、メモ2のグラフの数値間の差 のように、グラフから直接読み取ることが難しい 数値間の関係や、着目したことが異なることによ る結論の違いを話題として取りあげ、子ども同士 の対話を通して明らかにしていくことも有効です。 また、あるグラフから読み取った情報が適切かど うかを批判的に検討したり、特に複数のグラフが あれば、それぞれのグラフから読み取ることがで きる情報を関連づけながら考えたりする活動, す なわち, グラフ間の関係を読み取る活動へと授業 の焦点を発展させていくことも大切です。

●参考・引用文献

文部科学省.(2015).「教育課程企画特別部会論点整理」(平 成27年8月26日)

文部科学省国立教育政策研究所.(2018).『平成30年度全国 学力・学習状況調査報告書(小学校算数)

http://www.nier.go.jp/18chousakekkahoukoku/report/ data/18pmath.pdf.



割合の意味や見方を もとにして、割合の 求め方を考える活動



●福岡教育大学准教授 岩田 耕司

1 割合は小学校だけの問題か

割合の学習に困難を感じる子どもが多いという 現状は、今に限らず古くから存在する非常に根の 深い問題だと思います。割合は,実際には小学校 の学習内容ですので, その問題の解決に当たって は、小学校での学習を工夫したり、見直したりす ることが一番重要であることは疑いようのない事 実です。しかし、だからといって中学校では何も しなくてよいということにはならないでしょうし、 割合の理解に課題がある生徒に対しては、いつか どこかで割合の意味や見方をきちんと指導してあ げる必要があるでしょう。平成30年度全国学力・ 学習状況調査数学 B 5 (1)(以降, H30B 5 (1)と 略記)では,割合を求めるための式をつくる問題(図 1) が出題されましたが、その正答率は 16.9%でし た。中学校3年生であっても、依然として割合の 理解に課題があることが分かります。

5 里奈さんは、バスツアーを利用して旅行することにしました。そこで、S社とT社のパンフレットから、次のような表にまとめました。

里奈さんが作った表

	S社	T社
プラン名	史跡巡りプラン	史跡巡りプラン
通常料金	1 人 3500 円	1 人 3200 円
団体料金	1 人 2940 円	通常料金の10%引き
団体料金の 利用可能人数	8人以上	10 人以上

次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) **里奈さんが作った表**から、S社の場合、団体料金は通常料金の 560 円引きであることがわかります。この 560 円は通常料金の何% にあたるかを求める式を書きなさい。ただし、実際に何%にあたる かを求める必要はありません。

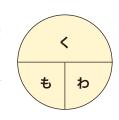
▲図 1: H30B 5 (1)の調査問題

?:「求め方」と「意味」の違い

割合指導の充実に当たって,一番大切にしたい ことは,割合の意味や見方だと思います。もちろ

ん,割合の求め方である「比較量÷基準量」(百分率の場合は、「比較量÷基準量×100」)という式も大切ですが、その式はあくまで「求め方」であって、必ずしも「意味」や「見方」を伴っているとは限りません。有名な「く・も・わ」などの図式(図2)も、その図式によって「求め方」は覚えられるかもしれませんが、なぜそのような式になるのかという理由まで教えてくれるものではありません。かつて Skemp (1976) は、公式が成り立つ理由や意味を理解しないままに、単に道具として公式を用いている理解の状態を「道具的理解」と呼び、理由や意味を理解した上で公式を用いることがで

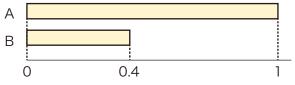
きる理解の状態(関係的理解) とは区別しました。算数や数 学教育に古くからある問題は, 大抵, この理解の区分が関係 しているように思います。



▲図 2: 「く・も・わ」の図式

3:割合の意味や見方とは

では、割合の意味や見方とは一体どのようなものでしょうか。割合の定義にもいろいろな定義の仕方がありますが、その本質は「基準を1とみる見方」であると考えます。例えば、「BはAの0.4の割合」といった場合、その意味は、「Aの大きさを基準とし、それを1とみたとき、Bの大きさは0.4にあたる」ということになります(図3)。つまり、割合の見方とは、基準となるものに着目したり、その基準となる数量を数の1に対応付けて(百分率の場合は、100に対応付けて)、比較する数量を表したりすることであると言えるでしょう。



▲図3: 「BはAの0.4の割合」の図表現

ご存じの通り, このような見方は, 単位の考え や測定の考え,乗法や分数の意味など,いろいろ な学習内容に通底するものであり, 小学校低学年 のうちからすでに出てくるものです。それゆえ, 小学校算数科では, このような内容の関連性や学 習の系統性を大切にしながら、「基準量に対する意 識」や「1とみる見方」を低学年のうちから系統的 に指導していくことが重要です。

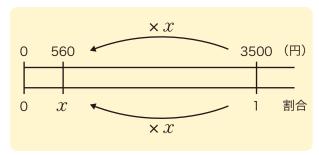
🔼 🥈 意味や見方をもとに、 求め方を考える活動

もし仮に、中学校に上がる段階でこのような見 方が身に付いていなかったとしても, 遅くはない と思います。一般的に中学校では, 部分・全体の 考えをもとに、割合を「比較量/基準量」という分 数の形で表す指導が行われますが、割合の理解に 課題がある生徒に対しては、やはりそれだけでは なく「基準を1とみる見方」をまずは身に付けさ せて欲しいと思います。そうすることで、割合の 値をある程度見積もることができるようになりま すし、その結果として、明らかな計算間違いを減 らしたり,後で述べるように,割合の求め方を自 ら考えたりすることが可能になると期待できるか らです。その際、場合によっては、「多い・少ない」 や「長い・短い」など、二つの数量の大小を表現 するには、二つの数量のうちのどちらかを基準に する必要があること(どちらかを基準にしている こと) や、基準を入れ替えれば表現も自ずと変わる ことなどを確認し、比較の文脈では基準が大切で あることを強調することも必要でしょう。その上 で、割合は、基準となる数量を1とみたとき、比 較する数量がどれだけにあたるかを表す方法であ ることを押さえることが考えられます。

また, 中学校の段階では, 割合を学習する小学 校5年生の段階ではまだ習っていなかった分数の 乗除や比例式の計算も既習の知識となっています。 それゆえ, 中学校の学習指導では, 割合の意味や 見方をもとにして、割合の求め方を多様に考える ことも可能です。例えば、H30B 5 (1) では,「何 と何を比べているのか(560円と3500円)」、「ど ちらを基準にしているのか(3500円)」を明確にし た後で、割合の見方をもとに、次のような問題に 設定し直して考えることも可能です。

問題 基準となる 3500 円を 1 とみたとき, 560円はいくつにあたりますか。

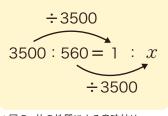
この問題の数量の関係を図に表せば、図4のよ うになり(中学校では文字も既習ですので、割合 にあたる数はxで表すことにします), 小学校で は比例関係に基づいて 3500 × x = 560 と立式し, x を 560 ÷ 3500 の式で求めます。



▲図4:問題の数量の関係の図表現

一方,中学校では,1年生で比例式を学習します ので、対応する数量同士を適切に捉えることがで きれば、3500:1=560:x や 3500:560=1:xなど、いろいろな形で立式することができます。 また、初めから百分率で表したければ、1の代わ りに 100 を用いればよく、比例式は割合の見方を そのまま式に表すことができる一つの有効な手段 であると言えるでしょう。さらに、例えば3500: 560 = 1: x の式について等しい比の性質を用い れば、560を3500で割る意味付けを見出すことが できます(図5)。つまり、3500を1にするために 3500で割っているという意味付けです。これは図 4の数量の関係を縦に見た見方でもあり、割合の 求め方がなぜ「比較量÷基準量」になるのかを説 明する一つの方法です。このように、中学校では、

割合の意味や見方 をもとにして,割 合の求め方を多様 に考える活動を設 定することが可能 です。



▲図5:比の性質による意味付け

●引用・参考文献

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. Mathematics Teaching, No. 77, pp. 20-26.

文部科学省・国立教育政策研究所(2018).『平成30年度全 国学力・学習状況調査:中学校数学』

「授業の ^{ヒント} ユニバーサルデザイン」 を実現する準備



第一中学校 主幹教諭 下村 治

はじめに

特別支援編

授業のユニバーサルデザインというと, 特別支 援教育の枠組みだと考えている先生方が多いよう です。しかし、私の主張する授業のユニバーサル デザインは, 特別な教育的ニーズのある子どもが いるから行うという発想ではなく、授業の質を上 げて、数学教育の核心に迫るために行うものと考 えています。

授業のユニバーサルデザインは、その仕掛けを 子どもに強制するものではありません。先生が作っ た仕掛けであっても、それが不要であれば、子ど もの学ぶ意欲にブレーキをかけないよう, 使わな いという選択肢を残しておくことも大切であると 前回触れました。従って、本稿では、授業のユニバー サルデザインを実現するために, 先生方がしてお くべき準備について考えたいと思います。

┓ • ユニバーサルデザインは

『ユニバーサルデザイン』と名のつく実践的研究 を拝見すると、「視覚化」「共有化」「焦点化」といっ たキーワードが並び、それに見合った工夫をして いるといったものが多いようです。しかし、本当 に大切なのは、その授業の「ねらい」がどこにあ るのか、子どもにとっての「めあて」は何なのか、 そしてそれをどのように具現化するかといったこ とのはずです。誤解を恐れずに言えば、こういっ たキーワードになるような手法にばかり目が行き、 本質をおろそかにしていないか、先生方は自分の 頭でしっかり考えるべきだと思います。

授業のユニバーサルデザインについては、様々 な意見や考え方がありますが, 当初から良い実践 をされている方々の論調に共通して言えるのは, 「ねらい」がはっきりしているという点です。「ね らい」がはっきりしているので、無駄に刺激的な

掲示物を多用して,「視覚化」をアピールするよう なことはしていません。あまり本質的でないこと を「共有化」しようとして、子どもの学習活動を ストップさせてしまうような展開になりません。 親切すぎるプリントでの「焦点化」によって、思 考の発展性にブレーキをかけることがありません。

かといって,「ねらい」は毎時間決めるという必 要もないと思います。時には2~3時間かけて行 う題材もあるでしょうし、10分ほどの短時間で達 成されるべきものもあるでしょう。従って、毎時 間黒板に「めあて」を書いてからスタートすると いうのも工夫の一つではありますが、それに縛ら れて中途半端な「めあて」を設定するのは、正し いスモールステップ化とは言えないでしょう。

私は,一般の先生方にとって,特別支援を考え る上でまず大切なことは、日頃から教材研究を怠 らず、一つひとつの題材の「ねらい」すなわち教 育的価値を明確に設定できる教科教育の専門的知 見だと考えています。

▮ルーブリックの価値

「ねらい」を明確にするという点で考えると、ルー ブリック評価が普及してくることを期待していま す。紙面の都合上詳細は省きますが、ルーブリッ クを作成することで、評価規準が明らかになり、 先生方の意図することが子どもあるいは保護者に 正しく伝えられます。

子どもも保護者も、自分の現在地を把握でき, 苦手な子どもはいわゆる B 基準をクリアするため に何をするのか、得意な子どもは A の状態を目指 して何をするのか, 自分自身の行動目標を設定で き, 学びの自律を支えるツールになります。

少し脇道にそれますが、特別な教育的ニーズの ある子どもには合理的配慮が必要と言われていま す。これを巡って、学校と保護者の合意がうまく 形成されず、保護者に不満が残ってしまうケース

が散見されます。最終的に子どもが不利益を被り

保護者は子どもの障害特性を伝え, 学校に理解 を求めます。一方, 学校は他の子どもとの公平性 をどう保つかで考えがまとまらず,対応に苦慮す るという構図です。

私は、様々な学校で起こっているこのようなケー スに対応することがよくありますが、結局のとこ ろ, 学校が教育活動のねらいをはっきり示すこと ができれば、思いのほか簡単に合意形成できるこ とが少なくありません。

▲ 机間指導を有効にする誤答分析

授業のユニバーサルデザインを工夫することで5 分間を捻出できれば、課題の達成が不十分な子ど もに対応したり, より難易度の高い題材を提示し たりできると前回触れました。ここで述べること もその工夫の一つになります。

誤答分析というと、テストの後に行うようなイ メージがあるかもしれません。しかし、より良い 授業を構成する上で大切なのは、授業の前に行う 誤答分析(誤答予測というべきかもしれません) の精度を上げることだと思います。

例えば,次の計算問題を授業で扱うとき,先生 方はどの程度の準備をするでしょうか。

$$(-3) - (-3) \times (-2^4)$$

正解の-51 は当然として、それ以外の答えを何 種類用意できるかがポイントです。この問題の場 合, 21, 45, -27, -45など, いくつか用意して おくべき誤答が考えられます。

座席順などで指名して, 間違いのあった問題で のみ解説をするといった授業展開は、実態に即し た授業とは言えません。誤答をいくつか予測して 教室を一回りし、どの部分で誤りが多いか把握す れば、そのクラスに応じた授業展開ができます。

授業でどの部分の解説を手厚くするのかは、先 生の感覚で選ばれるのではなく、目の前の子ども の状況によって決められる方が良いのではないか と考えています。ほぼ全員ができていることに時 間を費やしても効率的ではありませんし、授業に 倦怠感が出てしまいます。また, 特に支援の必要 な子どもに対しても、どこでどのように間違えて いるのかが予めわかっていれば、個別対応もスムー ズに行えます。

全ての問題に対してこのような準備をする必要 はないと思いますが、1時間の中で1~2題、時間 をかけて準備をしておけば、クラスの実態把握が 効率的です。

このような仕掛けを意図的に行うために,「机間 巡視」「机間支援」「机間指導」を分けて考えた方 が良いと思います。最近はこれらの総称を机間指 導ということが多いようですが, 目的に応じて使 い分けたいものです。

「机間巡視」は文字通り巡視であって, 先に述べ たように、クラスを一回りし、それぞれの解答の 出現率を把握します。途中で誰かに声をかけたり せず、そのあとの授業展開の中で、どの間違いを 重点的に取り上げるか、誰を指名するのかといっ たことを考えます。「机間支援」は、あくまでも子 どもの自力解決を期待して助言したり、遅れてい る子どもを一定のラインまで引き上げて一斉指導 のスタートラインに立たせたりすることです。「机 間指導」はもう少し強く踏み込んで、子どもの活 動に明確な指示を出してコントロールしていくイ メージをもっていただくとよいでしょう。

実際の授業では、様々なハプニングが起こるの で, 臨機応変な対応は大切です。だからこそ, 事 前に準備できる部分を念入りに行い、時間などの 物理的な側面と, 先生自身の心理的な側面に余裕 を持たせる工夫が必要だと考えます。

繰り返しになりますが、授業のユニバーサルデ ザインは、クラスの誰かに特別な教育的ニーズが あるから行うのではなく、もともと子どもには多 様性があることを前提にして考えるものだと思い ます。先生方がゆとりをもって質の高い授業を提 供できるよう、本稿が参考になれば幸いです。

本稿の ポイント

- ●題材の「ねらい」を明確に設定する。
- ●「ねらい」を子どもや保護者にはっきり示す。
- ●授業の前に行う誤答分析の精度を上げる。

ス屋 さ

ジュンク堂書店 大阪本店

今回改訂された学習指導要領では、

保育園・幼稚園と小学校との連携を推進しています。 就学前の子どもたちは、今どのような絵本を読んでいるのでしょうか。 想像力をつけ、いろいろな発想をすることができる絵本について、 ジュンク堂書店大阪本店、児童書担当の竹林さんにお話を伺いました。



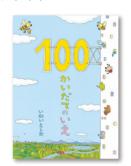
▲ジュンク堂書店大阪本店は、北区堂島にある「堂 島アバンザ」の2階から3階にあります。文庫・雑誌・ コミックなどの身近な本から, ビジネスや法律経 済などの専門書まで幅広く揃っています。子ども 向けの本も充実している大型書店です。

の魅力とは

●コミュニケーションツール

子どもたちにとって絵本とは, 両親や祖父母, 園の先生など、誰かとコミュニケーションをする ためのツールだと思います。実際に子どもたちが 書店で本を選ぶときは、「先生に読んでもらった本 だ!」「保育園で見たから知ってる!」と言ってい る光景がよく見られます。その絵本が「おもしろ い」ということはもちろんですが、子どもは絵本 を通じて、読んでくれる大人と一緒に過ごす「時間」 を大切にしていることがわかります。

『100かいだてのいえ』は 主人公のトチくんが 100 階 建ての家を探検しながらの ぼるお話ですが、動物のし ぐさや家具など、大人が読 み飛ばしてしまうような細 かい部分に子どもが気づく こともあり、会話がはずむ、 遊び心いっぱいの絵本です。



『100 かいだてのいえ』 いわい としお/作 偕成社

●いろいろな角度から「かんがえる」きっかけ

ヨシタケシンスケさんの作品には.「かんがえる」 ことを楽しませてくれるしかけがたくさんありま す。

『りんごかもしれない』は、目の前のりんごにつ いて、本当にりんごなのだろうかという疑問から

スタートし、ものごとをいろいろな角度から見て、

考える楽しさを教えてく れます。しかも、文章で はなくわかりやすい絵が 中心の作品なので、大人 も子どもも一緒に楽しみ ながら「かんがえる」こ とができるようになって います。



『りんごかもしれない』 ヨシタケシンスケ/作 ブロンズ新社

本だからこそ「めくりたい」

大人向けの本は挿し絵がなく、字だけでお話が 進んでいくものが多いですが、子どもの絵本は字 がなくても、絵だけでお話が進んでいきます。字 を読まなくてもわかるようにきちんと絵が描かれ ている絵本には、小さいお子さんにも楽しめる工 夫がたくさんあります。長い文章が書いてある絵 本であっても, 読み手の大人が内容を把握して「こ れはこうだよね」と語りかけながら進めること で、子どもは文章を読まなくても絵だけでお話を 楽しむことができます。絵本に出てくる人物や動 物たちの動きを目で追いながら、「次はどうなって いるかな」と大人と子どもが楽しくコミュニケー ションをとることもできます。これは絵本だから こそできることだと思います。また、子どもたち は「ページをめくる作業」が大好きです。次々に めくっていく、そんな作業そのものを喜べるのも、 絵本ならではの魅力です。

絵本 との出会い

絵本を探されるときに「5才の男の子向けの本 はどんな本ですか」や、「小学3年生の女の子向け の本はありませんか」と書店員へ問い合わせを受 けるケースが多いのですが、基本的にはあまり幅 を狭めず、フラットな目で絵本を選んでいただけ ればと思います。例えば、購入される大人の方が、 自分がかつて読んで印象に残っている絵本があれ ば、対象年齢と違うことなどは考えずに、「これ、 私が子どもの頃に読んでいたの」と伝えてプレゼ ントされるのも素敵ではないでしょうか。子ども の絵本選びは難しいと考えている方がたくさんお られると思いますが、「これは、こうでなければ…」 ということは絵本にはありませんので、いろいろ な本を手に取っていただければと思います。

絵本はみなさんが思っているより楽しめる年齢



の幅が広いものだと思います。小学1年生が赤ちゃ ん絵本をもう一度読み直す機会があったとき、字 が大きくて読みやすいと好評でした。絵本も小学 生に読み聞かせると、いい反応がかえってくると 聞いています。子どもは絵本を読んでもらうのが 好きですからね。

ぜひ、みなさんにもいろいろな絵本をもう一度 読んでいただきたいと思います。

子どもたちは、絵本を通して、いろいろなことを考え、感じる経験をたくさんしてきています。

1年生の算数の教科書は、最初の部分が絵で構成されています。集合や1対1対応といった算数の内容だけでなく、

いろいろなお話をして、子どもたちや先生と楽しい時間を過ごしていただけたらと思います。

ジュンク堂書店の竹林さんから、算数の学習につながりそうな絵本を紹介していただきました。



算数の学習につながる



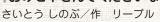


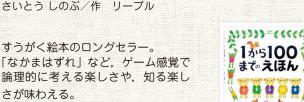


はじめてであうすうがくの絵本

商店街をめぐると、おいしそうなもの や楽しい商品がいっぱい。各店の置き 時計の時刻が少しずつ進んでいくの で、時計のよみ方も覚えられそう。

『おみせやさんでくださいな!』





『はじめてであうすうがくの絵本』 [全3巻]

安野 光雅/作 福音館書店



人間の女の子とネズミの女の子、お 互いの世界に興味をもって出会い, また世代を超えてつながる絵本。緻 密に描かれた室内画も魅力的。

『ないしょのおともだち』

ビバリー・ドノフリオ/文 バーバラ・マクリントック/絵 福本 友美子/訳 ほるぷ出版



親子が、お金のない時代の物々交換 の話をしたり、今100円で何が買え るかを商店街で調べたりしながら, お金やものの価値について考える。

『100円たんけん』

中川 ひろたか/文 岡本 よしろう/絵 くもん出版



動物たちが1から100までどんどん 増えていくという, ストーリー仕立 てで大きい数を視覚的に体験でき, 数がぐっと身近になる絵本。

『1 から100 までのえほん』

たむら たいへい/作・絵 戸田デザイン研究室



遊びながら紙を折ることによって, 手先が鍛えられたり、集中力や図形 的な感覚が育まれたりする本。形が 出来上がった達成感が得られるなど 折り紙は素晴らしい遊び道具。

『くぼた式 脳をきたえる おりがみマラソン 100』

久保田 競/監修 講談社/編集 講談社

不等号

不等号パズルは「楽しく論理力を高める ことができる数字パズル」です!

> ●サイエンスライター **鍵本 聡**



等号パズルのご紹介

論理力を育てよう!

こんにちは。

今回はみなさんに「不等号パズル」という数字 パズルをご紹介したいと思います。

不等号パズルを解くことで、

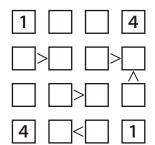
- 楽しみながら論理力を高めることができる。
- ●「まずはやってみよう!」という,算数や 数学に不可欠な試行錯誤する態度や力が身 につく。
- 数の大小だけを使うので、小さな子どもで も楽しむことができる。

というメリットがあります。

と うやってパズルを解く?

それでは、例題を用いて不等号パズルのルール と解き方を説明したいと思います。

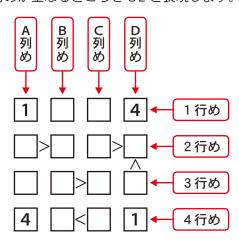
下の図をご覧ください。 □ がたて 4 列, 横 4 行, 合計 16 個並んでいて, そのうちいくつかにはすで に数がはいっています。



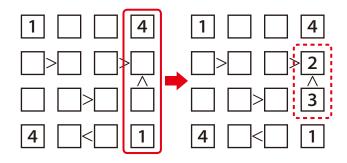
ルール

- 同じ列や行の□には、1から4までの異なる数がそれぞれにはいる。
- ◆ >, <, ∨, ∧は, □に, はいる数の大小関係を表す。

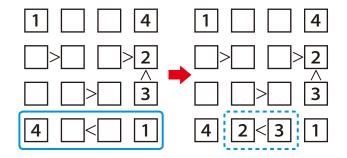
では、例題を解いてみましょう。説明しやすいように、次のように列や行に記号をつけ、C列めと2行めが重なるところをC2と表現します。



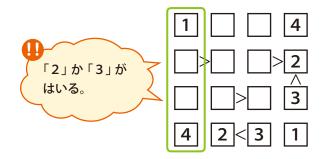
まず、D列めに着目しましょう。1から4までのうち、すでに「1」と「4」がはいっています。ですので、残りの□には「2」と「3」がはいることがわかります。不等号の向きを考えると、D2が2、D3が3ということになります。



同じように、4行めもすでに「1」と「4」がはいっていますので、残りの□の不等号の向きを考えてB4に「2」、C4に「3」がはいります。

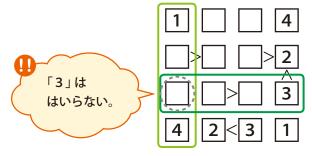


ます。すでに「1」と「4」がはいっていますので, $\lceil 2 \rfloor \geq \lceil 3 \rfloor$ がはいることがわかります。ただ、 不等号がないので、どちらにどの数がはいるかは まだわかりません。

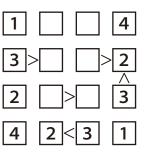


さて、A列めをうめるために、次はどこを見れ ばよいでしょう。

3行めに着目すると、D3にはすでに「3」がは いっていますので、同じ行の A3 には「3」ははい りません。



A 列めがどうなるかわかりましたね。



あとは,残りの□を行ごとに1つ1つ考えてみ ましょう。

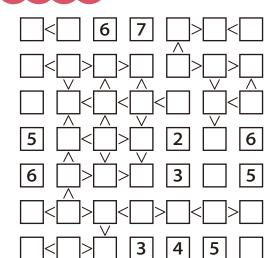
不等号がある行から見ていくと、2行めは、B2 に「1」, C2に「4」, 3行めは, B3に「4」, C3 に「1」がはいります。1 行めは, B1 に「3」, C1 に「2」がはいります。

答えはこのようになります。

いかがですか? 簡単だったかもしれませんね。

では、以下に挑戦問題を載せておきます。 ぜひチャレンジしてみてください!

挑戦問題



同じ列や行の□には、1から7までの異なる数 がそれぞれにはいります。

ヒント

例題と同じように、数がうまっていて、不等号があ る列か行に着目してみるとよいでしょう。

弊社webサイトにて公開中です。



読 み 解 く (1) 数学偉人伝

オイラー

美しい定理に愛された18世紀の数学の巨人



●桐蔭横浜大学准教授 城田 直彦

分

数の形で表せない数

中学3年の数学では、数の範囲が拡張されて、「無理数」が登場します。無理数とはご存じの通り、「分数の形で表せない数」です。

定義としてはこれで十分ですが、親切心から 「たとえば、 $\sqrt{2}$ や $\sqrt{5}$ などが無理数だよ」

などと気軽に例を出すのは要注意です。根号を用いて表せば、なんでもかんでも無理数だと誤解されやすいからです。実際、 $\sqrt{4}$ や $\sqrt{9}$ は無理数ではありません。また、すべての無理数が $\sqrt{\square}$ の形で表されるわけではありません。たとえば、次の数は $\sqrt{\square}$ の形に表せませんが、無理数です。

0.1 01 001 0001 00001 000001

さらに、小学校で登場する円周率や、高校で学習する自然対数の底も、√□の形では表せませんが 立派な無理数です。

ここで,スイスに生まれロシアで死去した数学者レオンハルト・オイラー(1707~83)を紹介します。円周率を π という文字で表すことを広めたのは,オイラーです。また,自然対数の底を表すためにeを最初に使ったのもオイラーです。もっと言えば,関数をf(x)と表したのも,虚数単位 $\sqrt{-1}$ をiを用いて表したのもオイラーです。

最

も美しい数式

さて、同じ無理数でも $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{5}$ と π , eとは、性格が大きく異なります。 $\sqrt{2}$ や $\sqrt{5}$ は、2乗すれば整数になります。一方、 π やeは(実数の範囲では)何乗しても、何乗かしたものを足したり引いたりしても、整数にはなりません。このような数は「超越数」と呼ばれます。

ところが(中学数学の範囲は優に超えています

が),「複素解析」の分野で,指数関数と三角関数 を結びつける次のような公式があるのです。

 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

この式は、「オイラーの公式」と呼ばれています。 この公式の名前も、 先のレオンハルト・オイラー に由来します。

さあ、この式の θ に π を代入してみましょう。 すると、次の式が得られます。

 $e^{i\pi} = -1$ (変形すると, $e^{i\pi} + 1 = 0$)

あれだけやっかいだった超越数の π とeが、この式では虚数のiと力を合わせ、実数(しかも整数!)を生み出しているのです。

身震いするほど美しいこの式は,「オイラーの等式」と呼ばれています。どうですか, オイラーの偉大さが少しずつ伝わってきましたか?

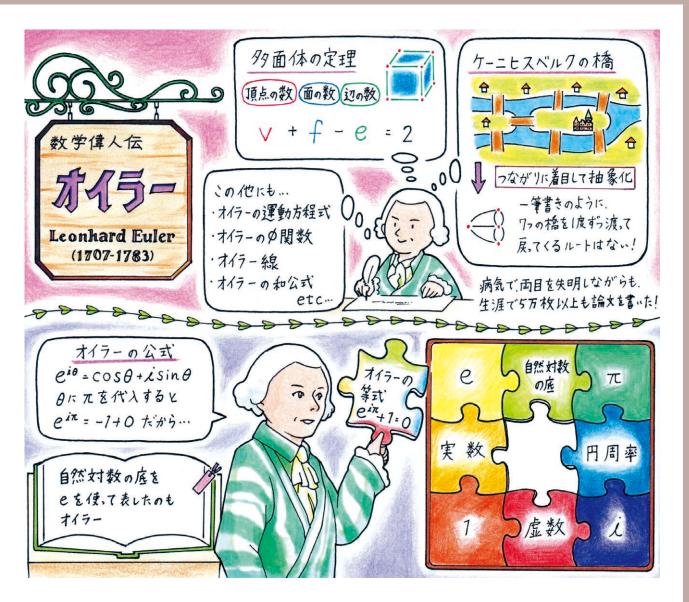
この等式は、ある数学雑誌で行われた数学者へのアンケートで「数学における最も美しい定理」に選ばれています。また、小川洋子さんの小説『博士の愛した数式』にも、この式が登場します。

才

イラーの膨大な業績

オイラーの研究分野は、解析学、複素解析学、微積分学、微分方程式、変分法、数論、確率論、トポロジーなど多方面に渡ります。また、天文学、光学、電磁気学、力学、流体力学などの応用分野にも大きく貢献しています。彼が76年の生涯に書いた論文、書籍、教科書、マニュアルなどは、なんと5万枚以上! 18世紀の数学は、オイラー抜きでは語れません。

その中で、「ケーニヒスベルクの橋」の問題なら、中学生も興味を持って取り組むことでしょう。これは、当時のケーニヒスベルクの町に架かっていた7つの橋を、すべて一度ずつ渡るように歩ける



かという問題です(上のイラスト参照)。オイラー はこの問題の解決のために、土地と橋の相対的な つながりに着目し、それを頂点と線で表現しまし た。これが、現在の「グラフ理論」という数学の 分野の始まりと考えられています。

|貝||点と辺と面の美しい関係

「オイラーが偉大な数学者であることはなんとな くわかったけど、中学までの数学でオイラーのお 世話になっているのは、 π くらいじゃないの?」 そうでもないのです。

現在,小学2年の算数で,「はこ(直方体や立方 体)」を使って、頂点、辺、面がいくつあるかとい う学習をしています。今でこそこのような学習は 普通ですが、そうではない時代があったのです。

多面体において、0次元の「点」、1次元の「線」、 2次元の「面」という3種類の構成要素に最初に 着目して研究したのがオイラーだと言ってよいで しょう。そもそも、私たちが「(多面体の)辺」と 呼ぶ線に名前を与えたのがオイラーでした。

そんな彼なら,次の関係はすぐに見つけられた のだろうと想像します。

$$v + f - e = 2$$

「(穴の開いていない)多面体において、頂点の 数vと面の数fの和から辺の数eを引くと2にな る」――証明はさておき、言っている内容は小学 2年生でも理解できそうです。この関係は、「オイ ラーの多面体定理(公式)」と呼ばれています。

これは,先に紹介した数学雑誌アンケートで,「二 番目に美しい定理」に選ばれています。この結果 には、私も、いや、おいらも全面的に賛成です。

参考文献 『世界で二番目に美しい数式 (上・下)』, デビット・S.リッチソン,根上生也 [訳] (岩波書店,2014年) ほか

資料をご覧になりたい方は、日本文教出版 ホームページの「お問い合わせフォーム」 よりお問い合わせください。

https://www.nichibun-g.co.jp/contact/



サポートします!



平成30年(2018年)5月21日発行

こんな先生方へ

- ■「データの活用」領域に力を入れたいけど, 何から始めようか悩んでいる。
- 「データの活用」領域の指導のポイントや 留意点が知りたい。
- 小学校から中学校にかけての「データの活 用」領域の系統性を教えてほしい。



平成30年(2018年)4月10日発行

こんな先生方へ

- ■「主体的・対話的で深い学び」を実現するための ヒントがほしい。
- 日ごろの授業をよりよくしていきたい。
- ■授業で活用しやすい題材や実践例が知りたい。

ROOT No.23

日文教育資料[算数・中学校数学] 平成30年(2018年)10月31日発行

編集・発行人 佐々木秀樹

発行所 日本文教出版株式会社

〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5

TEL: 06-6692-1261

本書の無断転載・複製を禁じます。

日本文教出版 株式会社 http://www.nichibun-g.co.jp/

〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5 TEL:06-6692-1261 FAX:06-6606-5171 大阪本社

〒165-0026 東京都中野区新井1-2-16 東京本社 TEL:03-3389-4611 FAX:03-3389-4618

〒810-0022 福岡市中央区薬院3-11-14 TEL:092-531-7696 FAX:092-521-3938 九州支社

〒461-0004 名古屋市東区葵1-13-18-7F•B 東海支社 TEL:052-979-7260 FAX:052-979-7261

北海道出張所 〒001-0909 札幌市北区新琴似9-12-1-1

TEL:011-764-1201 FAX:011-764-0690