

日本文教出版のWEBサイトでも、 教科書・教育情報を 公開中！

<https://www.nichibun-g.co.jp/textbooks/sansu/>

検索してね！



内容解説資料



本誌 p.8 ～ 9 のダイジェストよりもさらに詳しく
2020 年度版『小学算数』の特長やくふうを
チェックできます。また、新しい領域構成における
系統表などの資料もついています。

機関誌『ROOT』



『ROOT』のバックナンバーをご覧ください。
算数・数学にゆかりのある方々のインタビューや
連載企画「授業改善のヒント」、「数学偉人伝」などを
掲載しています。

内容解説動画



2020 年度版『小学算数』の
特長をまとめた 1 ～ 3 分程度の
ミニ動画を 6 本ご用意しています。



飯田 慎司先生
(福岡教育大学教授)



加藤 久恵先生
(兵庫教育大学
大学院教授)



清水 紀宏先生
(福岡教育大学教授)



鈴木 みどり先生
(文京学院大学特任教授)



山田 篤史先生
(愛知教育大学教授)

この他にも…

- 算数 Q&A
- デジタルコンテンツ
- 学習指導要領新旧対照表
- 文部科学省情報

など、日々の指導に
役立つ情報が満載です！

ROOT No.24

日文教育資料 [算数・中学校数学]

令和元年(2019年)5月7日発行

編集・発行人 佐々木秀樹

発行所 日本文教出版株式会社

〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5
TEL: 06-6692-1261

本書の無断転載・複製を禁じます。

CD33454

日本文教出版 株式会社

<http://www.nichibun-g.co.jp/>

大阪本社 〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5
TEL: 06-6692-1261 FAX: 06-6606-5171

東京本社 〒165-0026 東京都中野区新井1-2-16
TEL: 03-3389-4611 FAX: 03-3389-4618

九州支社 〒810-0022 福岡市中央区薬院3-11-14
TEL: 092-531-7696 FAX: 092-521-3938

東海支社 〒461-0004 名古屋市東区葵1-13-18-7F・B
TEL: 052-979-7260 FAX: 052-979-7261

北海道出張所 〒001-0909 札幌市北区新琴似9-12-1-1
TEL: 011-764-1201 FAX: 011-764-0690

ROOT

2019
No.24

2020年度版
「小学算数」
教科書特集号



本資料は、一般社団法人教科書協会
「教科書発行者行動規範」に則り、
配布を許可されているものです。

日文の教科書情報

詳しくはWebへ！

日文

検索

01 ● **巻頭言**
子どもたちに「真の生きる力」をはぐくむ算数の学び
広島大学大学院教授 小山 正孝

02 ● **座談会**
学習指導要領の改訂で
**授業は、教科書は、
どう変わる？**

福岡教育大学教授 飯田 慎司
文京学院大学特任教授 鈴木 みどり
愛知教育大学教授 山田 篤史
兵庫教育大学大学院准教授 加藤 久恵

08 ● **ダイジェスト**
資質・能力を育む『小学算数』3つのポイント

10 ● **インタビュー**
**新設「データの活用」領域
に迫る！** 福岡教育大学教授 清水 紀宏

14 ● **保・幼・小連携の取り扱いについて**
幼児期の学びを小学校の学びへと接続する
天理大学教授 上田 喜彦

16 ● **DESIGN CONCEPT**
デザイナー 神宮 雄樹・荒牧 洋子 (monocri)

18 ● **授業改善のヒント／小学校編**
図形の構成要素や性質を基に、
事柄が成り立つことを説明する活動
帝塚山大学教授 勝美 芳雄

20 ● **授業改善のヒント／中学校編**
数学的な結果を事象に即して解釈し、
説明する活動 鹿児島大学教授 山口 武志

22 ● **覆面数式パズルで論理力を育てよう！**
サイエンスライター 鍵本 聡

24 ● **読み解く数学偉人伝**
ピタゴラス
桐蔭横浜大学准教授 城田 直彦



子どもたちに 「真の生きる力」をはぐくむ 算数の学び

小山 正孝 (広島大学大学院教授)

『小学算数』では、新学習指導要領に示された三本柱を踏まえて、
数学的な見方・考え方を働かせた「わかる・できる・活かす・楽しむ」
数学的活動を充実させました。それによって、確かな資質・能力としての
「真の生きる力」を子どもたちにはぐくむ算数の学びを実現したいと考えたからです。

この教科書の編集に当たっては、算数の学びのポイントを
「はっきり」「きっちり」「しっかり」のキーワードによって、
次の3つの基本方針にまとめました。

- 1 筋道立てて考え表現するための学び方をはっきり示します
ー 子どもたちの主体的・対話的で深い学びの実現のために ー
- 2 生活や学習の基盤となる算数の礎をきっちり築き上げます
ー 基礎的・基本的な力の確実な定着のために ー
- 3 算数の楽しさやよさをしっかり感じられるようにします
ー 生活や学習への活用場面の充実のために ー

これらの基本方針のもとに、例えば、
内容に即した学び方と板書例をセットにした学習場面を設けたり、
子どもの苦手な内容を明示し克服できるようにしたり、
学習したことを横断的・総合的に活用するくふうをしたりしています。
私たちは、子どもたちがこれからの社会を創り生き抜く上で
求められる資質・能力をはぐくむために、この教科書が役立つことを願っています。
子どもたちと創る算数の学習をデザインし、
子どもたちと一緒に算数の学びを楽しんでください。

学習指導要領の改訂で 授業は、教科書は、 どう変わる？

新学習指導要領の全面実施まで1年を切り、授業づくりに不安を感じている先生はいらっしゃいませんか？
今回は、2020年度版『小学算数』をご監修いただいた先生方をお招きし、
「新学習指導要領のポイントや授業づくりのヒント、日文の教科書の魅力」について語っていただきました。

これまでの知識や考え方を
総動員させて、次の学習へ
つなげましょう。



福岡教育大学教授
飯田 慎司先生

文京学院大学特任教授
鈴木 みどり先生



答えを出して終わりではなく、
子どもたちが考え方を
伝え合うことが大切です。

教科書の吹き出しには、
発問や問題解決につながる
ような発言が書かれています。



愛知教育大学教授
山田 篤史先生

兵庫教育大学大学院准教授
加藤 久恵先生



応用的・発展的な問題は
単に難しいのではなく、
少しずつ深い学習につながる
ようにくふうしています。

新学習指導要領のポイント

—— 今回の改訂で、学習指導要領は何がどう変わったのですか？

飯田 新学習指導要領から、育成を目指す資質・能力が「知識及び技能」、「思考力、判断力、表現力等」、「学びに向かう力、人間性等」の3つに整理されました。算数科の総括目標や各学年の目標も、この3つの柱に沿った形で示されていますね。

さらに、個々の学習内容も「知識及び技能」と「思考力、判断力、表現力等」を踏まえて記載されており、大きく変わったところだと思います。

また、目標に関していうと、「**数学的な見方・考え方を働かせ**」という文言も新しく入りました。

—— 「数学的な見方・考え方」とは具体的にどのようなイメージなのでしょう？

飯田 例えば、5年生の「図形の面積」のページ(5下 p.76 / 次頁左上参照)を見てください。この単元では、既習の正方形や長方形、L字型の面積の学習をふり返ってから、平行四辺形や三角形、台形などの面積の学習へ入るようになっています。

先生方の中には、「これまでの面積の学習で、子どもたちが身につけていることは？」と聞かれると、面積公式を思い浮かべる方もいらっしゃると思います。ですが、子どもたちは図形のどこに着目して、どんな考え方で面積公式を作り出したのかという「**数学的な見方・考え方**」も一緒に身につけているのです。既習の知識・技能だけでなく、**その知識・技能を生み出した考え方も**総動員させて、新しい

学習に取り組んでいくことが求められていると思います。



新学習指導要領のポイント

- 目標が「知識及び技能」、「思考力、判断力、表現力等」、「学びに向かう力、人間性等」の3つの柱で整理された。
- これまでの学習で身につけた「**数学的な見方・考え方**」を総動員させて、新しい学習に取り組むことが大切。



「主体的・対話的で深い学び」の 実現に向けて

—— 「主体的・対話的で深い学び」を実現するヒントを教えてください。

鈴木 子どもたちが自立的・協働的に学習し主体的に取り組めるよう意識したり、言語活動を充実させたりすることが求められていますね。新版教科書の「自分で みんなで」(下参照)では、これらを意識した問題解決過程が見えるようになっています。

飯田 ①どんな問題かな、②考えよう、③学び合おう、④ふり返ろう、という4段階の過程ですね。

鈴木 それから、数学的な思考力・表現力を育成する際のポイントとなる、「**学び合い**」を重視した紙面構成にもなっています。

答えを出して終わりではなく、「**どのようにして答えを求めたのか発表する**」、「**友だちはどのように考えたのか聞く**」、「**図を付けたしてみる**」、「**新たな考え方と比較する**」というような学習過程を大切にしました。

加藤 折り込みのページには書き込めるスペースもありますし、子どもたちが主体的に取り組む姿が連想できていいですね。

鈴木 現場には若い先生が増えています。算数の苦手な先生が指導されても、子どもたちの資質・能力が育つようにくふうすることも、教科書の大切な役割だと思っています。

——話し合い活動をすれば、「主体的・対話的で深い学び」になるのでしょうか？

鈴木 ペア学習やグループ学習という学び合いの形はあっても、論点が焦点化されていなかったり、検討が十分なされなかったりすることがあります。深まりがない授業にならないよう、教師が本時で押さえるべきポイントをしっかり持つことが大切です。

飯田 そういった大切なポイントは、カギマークやマーカーのついた子どもの吹き出し(本書p.8参照)でも示していますね。

山田 教科書に登場する子どもの吹き出しには、授業での発問や解決につながるような発言が書かれています。教科書に発問までは書ききれないので、「そのような発言が出てくるようにするには、どのような発問をすればよいか？」というところを、先生方が考えていただきたいのが我々の願いです。

「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けて

- 形だけの言語活動にならないように、本時で押さえるべき点を把握しておくことが大切。
- 日文の算数の教科書では、①どんな問題かな、②考えよう、③学び合おう、④ふり返ろう、という問題解決過程が見える。
- 教科書に出てくる子どもの吹き出しと同じような発言を引き出す発問を考える。

授業づくりで大切にしたいこと

——授業の際に、先生が気をつけるべきことは何ですか？

加藤 子どもたちが「問い」を持つことはもちろん大切ですが、最初は問いの質を求め過ぎなくてもよいと思います。それよりも低学年や各学年の4月～5月あたりでは、問おうとする「姿勢」や問題に「主体的に取り組む姿」を先生が認めてあげることが大事ですよ。

鈴木 「問い」をもつ授業のために、先生方にはノート指導にも気をつけていただきたいですね。ノートを通して問題解決過程を大切にすると、例えば自分の自力解決をもとに、集団解決で出た友だちのいい考えをメモするなどということが、次への学びにつながると思います。「算数ノートをつくらう」では、それぞれの学年で「このくらいはノートをとれるようになってほしい」という意図を持ってノートの参考例を載せました。子どもたちはなかなかノートをとれるようになりませんが、1年～6年まで見ていただければ、成長の度合いがわかると思います。

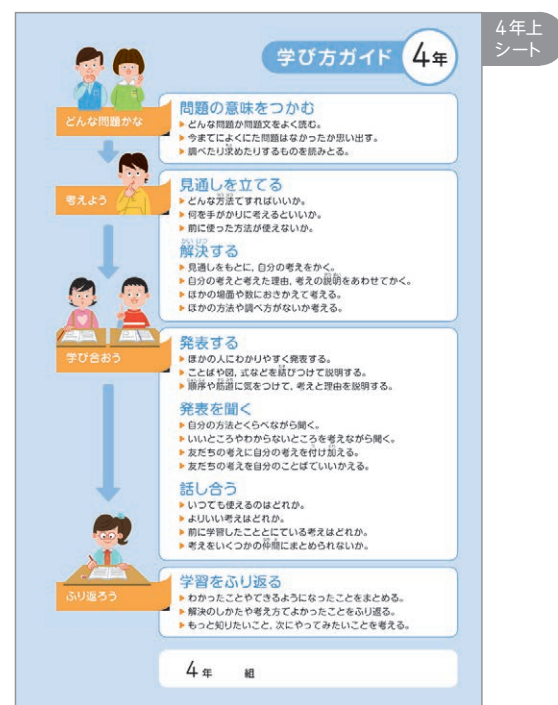
飯田 下巻の巻頭にある「つなげよう！学びとノート」(下参照)には、問題解決過程と合わせてノート例を出していますよ。問題解決過程は、上巻付録シートの「学び方ガイド」(次頁参照)にも掲載して、全単元で展開できるようになっています。

——学び方ガイドのよさを教えてください。

山田 「学び方ガイド」はもしかすると、型にはまってしまうという批判もあるかもしれません。ですが一方で、段階がゆるく示されていると、子どもたちは安心できるようです。主体的にといわれても、ゼロから何か出すのは難しいですね。ですから、与えられた段階にきちんと対応することが必要だと思います。徐々に型をくずしていったり、別のやり方を考えたというのを何回も繰り返せばいいので、最初は型にはまってもいいのではないかと思います。

徐々に型をくずしていったり、別のやり方を考えたというのを何回も繰り返せばいいので、最初は型にはまってもいいのではないかと思います。

鈴木 何度もくり返すことで、よりよく問題解決しようとする態度も生まれますよ。



日文算数の魅力とは

——日文の算数の最大の特徴は何ですか？

加藤 日文の教科書は、算数の苦手な子どもたちのために、しっかり基礎的・基本的な学習からできることが大きな特徴です。

例えば、単元末の「わかっているかな?」「まちがしやすい問題」(次頁左参照)では、学校現場でよく見られる間違いや、全国学力・学習状況調査で多い間違いを取り上げました。「なぜ間違っているのか」ということを、子どもたちなりの素朴な考えを出しながら話し合うことで、深い理解ができるようになっています。

飯田 単元末の「たしかめポイント」や巻末の「しっかりチェック」などの補足的な問題は以前からありますけれども、単元末で押さえるべき知識・技能を扱うページというのは新しいですね。

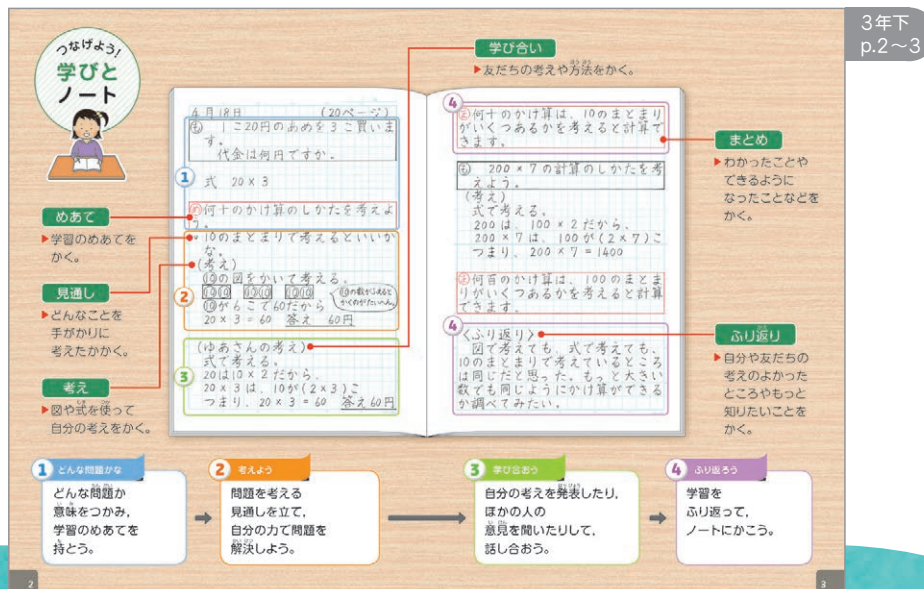
山田 そうですね。問題番号はついていませんが、

——問題の題材選びには、何かコツがありますか？

山田 教科書の素材を参考に、子どもたちにとって身近な題材を取り上げてみてください。例えば、5年生の「割合」を学習する時期にサッカー大会があったとしたら、新版教科書の輪投げのうまさを比べる題材(5下p.42)を参考に、シュートのうまさを比べる題材が考えられるでしょうか。

鈴木 5年生なら、体育で習うバスケットボールのシュートも題材になりますね。子どもたちが身近な問題として興味をもつ題材を選べば、子どもたちは

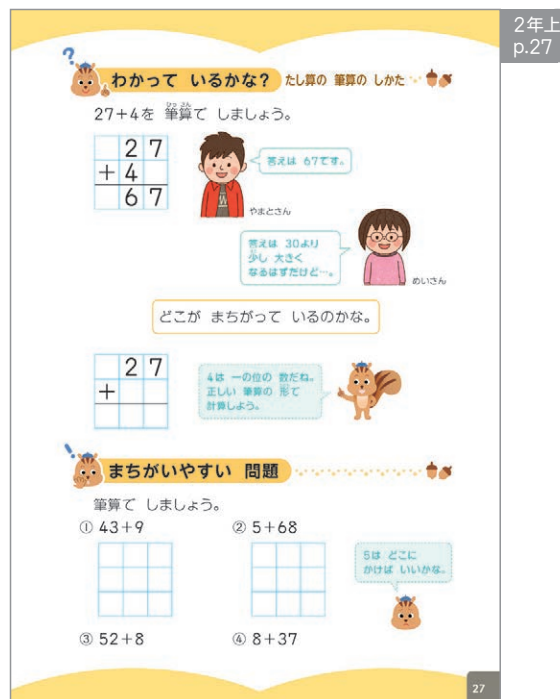
ノートをしっかりとると、前の学習をふり返りやすくなるよ。



ぜひ扱ってほしいところです。

加藤 教科書に誤答を載せることには、いろいろと議論があると思いますが、説明が苦手な子どもたちにとっては正しいことを説明するより、「どこが違うのかな」という問いかけに対して間違いの部分を説明する方が、ハードルは低いと思います。

山田 深い学びを実現するためにも、少し掘り下げて説明するというプロセスが必要ですね。



—— 自分の考えを説明したり表現したりする場面での指導のポイントを教えてください。

鈴木 説明するときには、「これが」「あれが」などの指示語ではなく、「辺アイが」「角ウが」といった算数用語や正確な言葉で話すことが重要です。日文の教科書は、そういった数学的な表現力が育つようになっていると思います。

加藤 数学的な表現力も大切な基礎・基本です。「思考の道具」である絵や図、表、グラフ、言葉など、多様な表現を通じて考えることが大切です。巻末の「よみとろう あらわそう」（右上参照）のページでは、思考の道具を使った問題解決の方法を系統的に学べるようになっていますね。

鈴木 学びを深める授業に向けて、ぜひ「よみとろう あらわそう」のページを使っていたきたいです。



鈴木 授業の中で、例えば計算の仕方を式で説明した子どもの他に、「図でも説明できるよ」という子どももいることで、学びは深まっています。

山田 一つの表現、例えば式だけにしか頼れないとしたら、式が立てられないとそこで問題解決は終わってしまいます。考えるためのすべを徐々に広げられる授業がよい授業だと思います。

加藤 山田先生が挙げられた例とは反対に、「図に表したのに式がつくれない」というつまづきが見られることもあります。その克服のためにも、「どこに目をつけて図を見るのか・読むのか」ということもていねいに扱っています。

日文算数の魅力とは

- 日文の算数は、基礎的・基本的な力の定着を大切にしている。
- 「わかっているかな?」「まちがしやすい問題」では、少し掘り下げて説明することで深い学びができるようになっている。
- 「思考の道具」である絵や図、表、グラフ、言葉を系統的に学習できる。

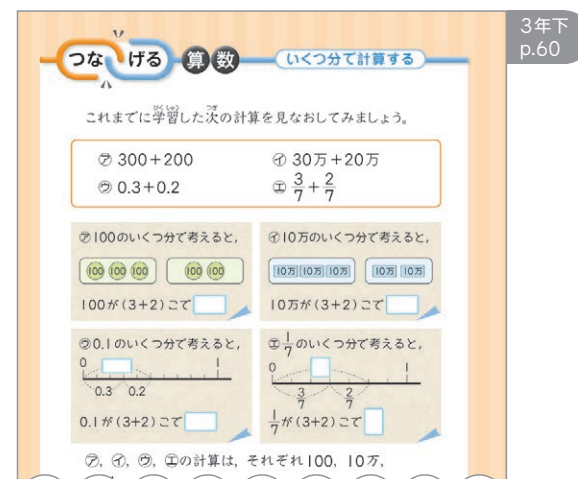
学びを日常生活へつなげるくふう

—— 新学習指導要領の算数の目標の中にある「統合」とは、どのような意味なのでしょう?

山田 「統合」という考え方はとても大切で、例えば、3年下p.60の「つなげる算数」（下参照）を見てください。小数と分数は別々に扱われがちですが、単位の考え方を使うと、実は全部整数の計算と同じように扱えるのです。

計算技能をいっぱい覚えておくよりも、簡単に覚えることができるはずです。このような統合的な思考態度を育てる指導をしてほしいと思います。

加藤 最初は少し時間がかかりますが、積み重ねが大切です。最初のしんどさは、ぜひ乗り越えていただきたいですね。



—— 算数での学びを生活や学習に活用するために、参考になるページはありますか?

山田 日文の教科書には学んだ知識・技能をさまざまな文脈でいかに使えるかを問う「活用」というページなどがあります。

山田 「いもの産地」の素材(5年下p.130～131/本書p.9参照)では、社会科の地域の特産品などの学習と割合の学習を関連付けて学べるようにしています。社会科の教科書にも円グラフが出てくるので、「活用」のページを社会科など他教科の学習でも使っていただけたらと思います。

鈴木 算数と他教科や日常との結びつきを実感できそうですね。

加藤 「活用」などは、決して難しいだけの題材ではなくて、どの子ども興味・関心をもって、少しずつ深い学習につながるようにつなげています。

鈴木 子どもたちにとって新鮮でおもしろい問題を、今まで培ってきた知識を使って挑戦することで、算数が好きになる子どももいると思います。

飯田 教材を開発するプロセスも示していると思います。先生方の教材開発の参考にもしていただきたいですね。

学びを日常生活へつなげるくふう

- 「統合」とは、異なる複数の事柄に共通点を見出して、一つのものとして捉え直すこと。
- 「活用」などの問題に取り組むことで、他教科や日常との結びつきを実感できる。

飯田 本日は、算数の授業づくりの参考になる話ができただけではないでしょうか。ぜひ日本文教出版の『小学算数』を、授業や研究会、算数の話し合いの共通の基盤として使い、授業改善に役立てていただきたいと思います。ありがとうございました。

日文の算数の教科書が
授業改善や子どもたちの力に
つながることを期待しています。

資質・能力を育む『小学算数』

3つのポイント



新学習指導要領について

算数科の目標

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

知識及び技能

数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理解するとともに、日常の事象を数理的に処理する技能を身に付けるようにする。

思考力、判断力、表現力等

日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力、基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。

学びに向かう力、人間性等

数学的活動の楽しさや数学のよさに気づき、学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度、算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

領域構成

改訂前	第1学年	第2学年	第3学年	第4学年	第5学年	第6学年
	式の表現と読み	A 数と計算	B 量と測定	C 図形	D 数量関係	資料の整理
改訂後	第1学年	第2学年	第3学年	第4学年	第5学年	第6学年
	A 数と計算	B 図形	C 測定	D データの活用	C 変化と関係	

1 学び合い で多様な考え方を知る

「主体的・対話的で深い学び」を強く打ち出したページ

自分で みんなで



問題解決の見通しを立てるページを設けています。

子どもたちの写真で学習のイメージがふくらみます。

板書例としても見ることができます。



3年上p.20～23

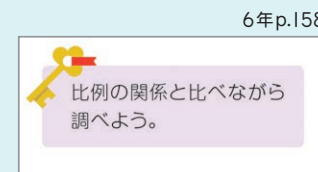
学び方ガイド

学び方の4ステップ

- 1 どんな問題かな
- 2 考えよう
- 3 学び合おう
- 4 ふり返ろう

「数学的な見方・考え方」を示すくふう

カギマーク／子どもの吹き出し



何に着目し、どのように考えればよいかがわかります。

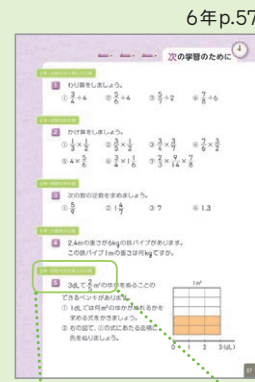


たし算と 同じように 10の まとまりで 考えれば いいかな。

2 わかる・できる を確かなものに

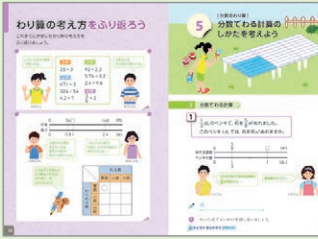
次の単元に入る前に既習事項を確かめられるページ

次の学習のために



既習事項を確かめることで、新しい学習にスムーズに入ることができます。

次の単元へ



6年p.58～59

6年・分数のかけ算とわり算
3dLで $\frac{2}{3}$ m²のゆか

どの学年・単元で学んだかがわかります。

「次の学習のために」は、単元の前のページにあるよ。

知識及び技能の確実な定着を目指したページ

わかっているかな？／まちがいがやすい問題

単元内で学習した内容

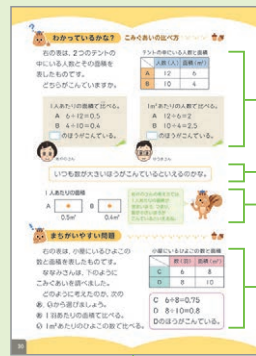
もう一度取り上げる

確かな学力へ



5年下p.17

こみぐあいを割合で比べる内容をピックアップ！



5年下p.30

- 1 間違いやすい問題を提示する。
- 2 何に気をつけるべきか、見直しをすすめる。
- 3 正しい考え方のヒントを出す。
- 4 類似問題を提示し、学習内容を定着させる。

「わかったつもり」から「確実にわかった」にかわります。

3 学んだことを つなげる・広げる

数学的活動の参考となるページ

Hello! Math



4年上p.66

数学的活動の具体的なイメージができるようになっています。

算数の楽しさや意義を実感できるね。



学びを活かす力や姿勢の育成に向けたページ

活用



5年下p.130～131

他教科や日常生活とつなげた問題に取り組みます。

割合の学習
データの読み取り
社会科の学習

応用的・発展的な問題にチャレンジできる

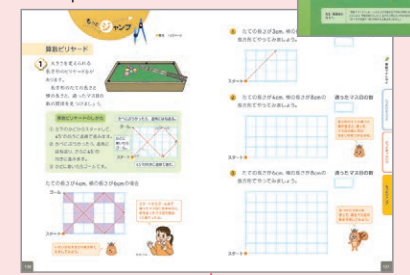
ぐっとチャレンジ／もっとジャンプ

3年下p.120



各単元に対応した問題です。

5年上p.136～137



複数の単元の内容を横断した問題です。



新設「データの活用」領域に迫る！

学習指導要領の改訂で新設された「データの活用」領域。「なんだか難しそう…」
「うまく授業できるか不安…」と思っている先生もいらっしゃるのではないのでしょうか。
そこで、2020年度版『小学算数』の監修者で、新学習指導要領の専門的作業等
協力者でもある清水紀宏先生に「データの活用」領域についてお話をうかがいました。



福岡教育大学教授
清水 紀宏先生

領域の新設は、
「統計教育の充実」に力を入れること
への強い意思表示です。

—— どうして「データの活用」領域が新設されたのですか？

現代社会は、蓄積した膨大なデータを活かし、経済活動を行う世の中になってきています。そういう社会背景から、統計的なリテラシーを国民が持つべきだということで、「統計教育の充実」が学習指導要領改訂の大きな方針の一つとなりました。

また、OECD(経済協力開発機構)がPISA調査という学力テストを行っているんですが、その中で非連続テキスト(表や図、ダイアグラムなどを含んだ文章)の問題が出て、日本は成績が思わしくなかったということもありました。そういったことも統計教育の充実の背景にあると思います。

こうした動きから、今回の改訂では小・中・高と12年間を通す形で「データの活用」が掲げられました。これは、非常に意義が大きいことだと思っています。高校教育までを見据え、小・中学校で何をどの程度やるかということが考えられたのでしょう。

また、これまで小学校では「数量関係」、中学校では「資料の活用」という領域を中心に統計的な学習はありましたが、共通の領域として「データの活用」を改めて設けることで、「統計教育に一生懸命取り組

むんだ」ということを打ち出しているのだと思います。学校現場としても、領域という一つの柱が立ったことのインパクトは大きいのではないかと想像します。

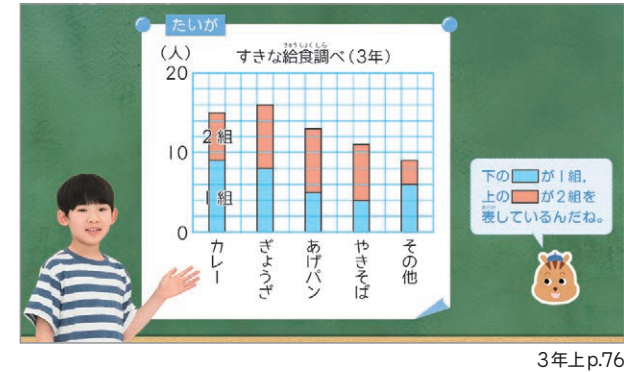
「データの活用」領域の新設で、
新しい内容が大幅に増える
というわけではありません。

—— 領域の新設によって、これまでまったく指導してこなかった内容が追加されるのですか？

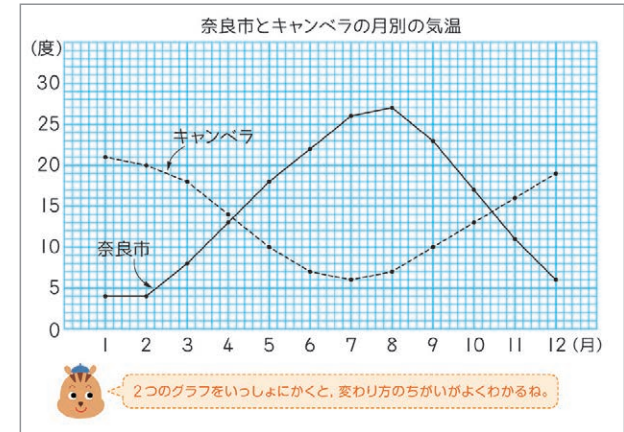
「データの活用」領域で扱う学習内容は、基本的にはこれまでも「数量関係」領域で扱ってきた内容が中心です。今までの学習から劇的に変わるというわけではありません。

新しい学習内容としては、中学1年から小学6年に移行された代表値としての「中央値、最頻値」や「階級」があります。もう少し細かい内容をいうと、3年に「複数の棒グラフ」や4年に「複数系列のグラフ」といった複数のグラフを組み合わせること(次頁左上参照)、5・6年に「統計的な問題解決の方法」が入ってきました。

ただ、4年の複数系列のグラフのように、新学習指導要領から新たに追加された内容でも、教科書には以前からプラスαとして入っていた内容もあります。北半球(奈良市)と南半球(キャンベラ)の気温を別々のグラフにするのではなく、同じ座標に表すと、グラフの形が逆に見えるところがおもしろいですね。



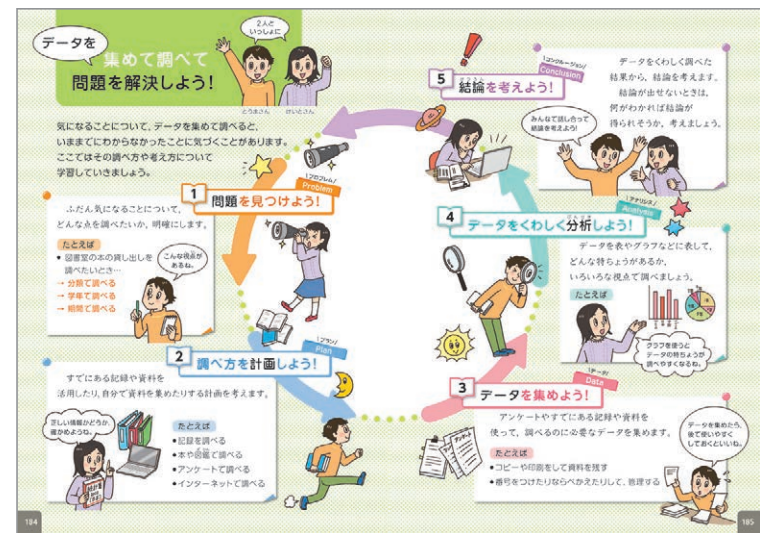
3年上p.76



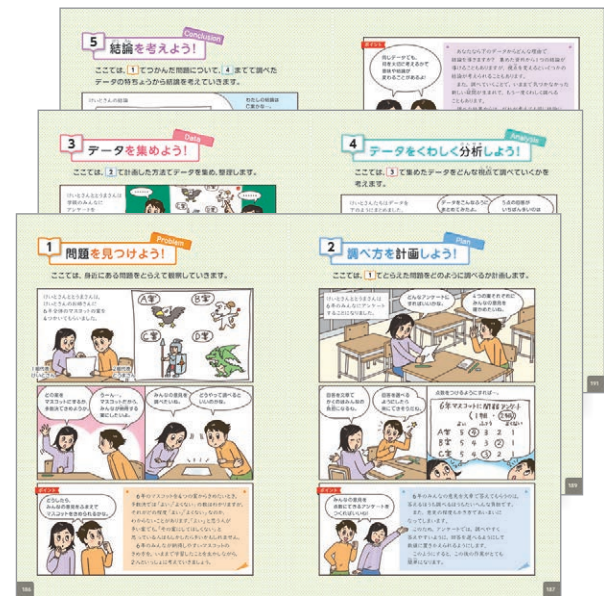
4年上p.44

ちなみにメモ

今回の学習指導要領の改訂で新設された内容は、新学習指導要領解説p.12～15の下線で示されている事項です。「データの活用」領域だけでなく、他の領域についても新設内容を確認することができます。



6年p.184～185



6年p.186～191

表やグラフを多面的・批判的に捉え、
結論をみんなで探していくことを
大切にしてください。

—— 新しく入った学習内容で、特に注目すべき内容はありますか？

今回の学習指導要領改訂では、領域の新設もさることながら、5・6年に新たに入った「統計的な問題解決の方法」にも注目です。統計的な問題解決の方法は、「問題(Problem)－計画(Plan)－データ(Data)－分析(Analysis)－結論(Conclusion)」という5段階からなっており、頭文字をとってPPDACともいいます。新しい内容なので、新版教科書では特設ページを設け、PPDACについて非常に丁寧に扱っています。特に6年は、「クラスのマスコットをきめよう」というテーマの学習マンガを使うことで、子どもたちにとってわかりやすい紙面にしていますよ(下参照)。

思考力、判断力、表現力等の観点からいうと、5年では「多面的に捉え考察すること」、6年では「批判的に考察すること」を重視しなければなりません。統計に関わる学習では、みんなが納得できる結論が一つでないこともあります。また、学年が上がるほど子どもたちが使える表現方法や、表やグラフを見る視点は充実してきます。表現のしかたやデータの取り方、問いの立て方などを見直しながら、PPDACのサイクルを回していくことが大切です。



それぞれの代表値のよさと
限界を知った上で、使う代表値を
選べるようになってほしいです。

—— 中学校の「データの活用」領域へスムーズにつなげるために気をつけることはありますか？

3つの代表値(集団の傾向を表す一つの数値)の「平均値、最頻値、中央値」は、しっかり指導していただきたいと思います。特に、「平均値では、集団の傾向を適切に示せない場合がある」ということを理解することが大切です。

ちなみにメモ

「平均値、最頻値、中央値」を教科書では以下のように説明しています。

- 平均(値) …いくつかの数量を等しい大きさになるようにならしたもの(5年下p.8)
- 最頻値 …データの中で最も多く出てくる値のこと(6年p.179)
- 中央値 …データの個々の値を小さい順にならべたとき、中央にくる値のこと(6年p.179)

例えば、6年p.178～179では「学校訪問に来る人たちの年れい」の題材(右上参照)を取り上げています。「学校訪問に来る人の年齢の平均は11.5才」と聞いて、「6年生が来る」と思っていたら、「あれ？1年生より小さい子どもたちが来たぞ」という題材です。この題材の仕組みは、31才と56才の大人2人と、4才や5才の子どもが9人いるから、平均値は11.5才になってしまうというものです。つまり、11.5という平均値はこの

集団を示す代表値としてふさわしくないことがわかると思います。



6年p.178

また、この問題の場合は、最頻値の4才を集団の特徴を表す数値とすれば、少なくとも11.5才よりは「小さい子どもが来る」というイメージが持てるのではないのでしょうか。あるいは、中央値であれば年齢の幅が広くても5才に落ち着くということがわかると思います。



6年p.179

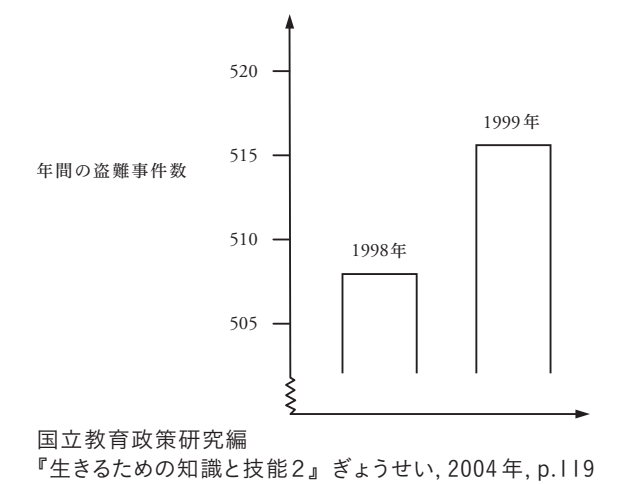
もちろん、平均は5年で学習する内容ですし、平均値を用いた方がよい場合もあります。それぞれの代表値の限界を伝えた上で、子どもたちには、「平均値だけではなく、中央値も最頻値もあるけれど、どれを使うのが適切だろう？」と思いを馳せられるようになってほしいですね。

縦軸の目盛りの大きさに
着目してグラフを読みとる力が
とても大切です。

—— 「データの活用」領域の指導で大切なポイントは何ですか？

縦軸の目盛りの幅がどのようにとられているかに着目してグラフを読む力がとても大切で、非常に大きいリテラシーです。ぜひ、小学校のうちに身につけてほしいと思います。

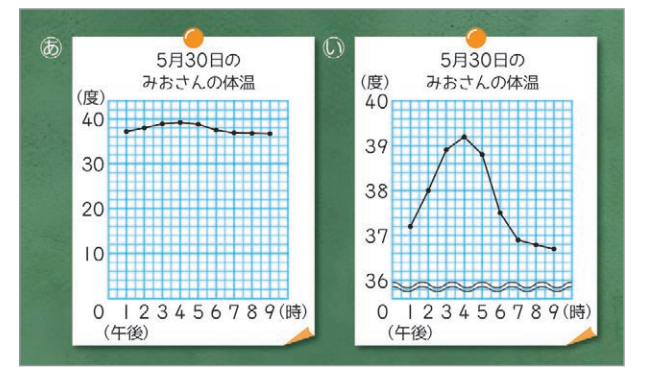
さきほど話したPISA調査で、「年間の盗難事件数」(下参照)の棒グラフの問題が出題されたことがあります。この棒グラフは、一部しか見せないことで実際にはそれほど増えてない事件数が、倍増したかのように見えるんですね。つまり、グラフの見た目に騙されないようにしないといけないという問題なんです。



—— 新版教科書では、グラフの読みとりをどのように扱っているのですか？

例えば、4年上のp.45のグラフ(右上参照)を見てください。左側のグラフはあまり変化がなく、右側のグラフは変化が大きいですね。ですが、実はこれらは同じデータを表しています。同じデータでも縦軸の目盛りのとり方によって、グラフの見え方がちがうということですね。

教科書では、右側のグラフの方が体温の変わり方がわかりやすいわけを話し合い、同じデータでは1目盛りの大きさが小さければ、傾きが急になるといったことを学ぶようになっています。新版教科書は、こうした数学的な見方・考え方を意識して作られていると思います。



4年上p.45

みんなで作っていく
算数の学習にしていきたいと
思っています。

—— 先生方にどのような学習を展開していただきたいと思いますか？

答えが「あっている」「間違っている」ということだけでなく、子どもたちが自分で考え、それを自分なりに表現することを大切にしてほしいと思います。正解だけを求めてしまうと、正解者しか活躍できない授業になってしまいます。そうではなくて、まずはその子なりに考え、その子なりに表現し、互いの考えを認め合い、みんなで不十分なところは補い合い、間違っているところは直していくというような、学び合いのある学習を展開していただきたいですね。

教科書には複数の考え方が出ていると思います。ですが、それを順番に押さえていくのではなく、子どもたちの考えを軸にしながら、授業をしてほしいと思います。

「データの活用」領域のポイントまとめ

- 1 表現のしかたやデータの取り方、問いの立て方などを見直ししながら、統計的な問題解決の方法(PPDAC)のサイクルを回す。
- 2 平均値、中央値、最頻値のそれぞれの特長や限界を理解した上で、適切な代表値を選べるようにする。
- 3 グラフの見た目だけでなく、グラフの縦軸(1目盛りの大きさ)にも着目し、読みとれるようにする。

“ 幼児期の学びを 小学校の学びへと接続する ”



天理大学教授 上田 喜彦

1 幼児期の経験を算数の学習につなげる

2017(平成29)年3月に告示された小学校学習指導要領の総則では、就学前教育と小学校との接続の重要性について、以下のように示されています。

幼児期の終わりまでに育ってほしい姿を踏まえた指導を工夫することにより、幼稚園教育要領等に基づく幼児期の教育を通して育まれた資質・能力を踏まえて教育活動を実施し、児童が主体的に自己を発揮しながら学びに向かうことが可能となるようにすること。(中略) 小学校入学当初においては、幼児期において自発的な活動としての遊びを通して育まれてきたことが、各教科等における学習に円滑に接続されるよう、生活科を中心に、合科的・関連的な指導や弾力的な時間割の設定など、指導の工夫や指導計画の作成を行うこと。



ここでは、日常の保育の中のさまざまな場面で数字が使われたり、数を意識したりする活動、子どもが遊びの中で自然に数を使っている場面を取り上げています。

「幼稚園や保育園などで、この写真のようなことをしたことがないかな」という問いかけをすることから、「3人ずつ集まって手をつないだことがある」「私は4人ずつの組をつくったことがある」「なわとびを10かいとべたよ」など、数を使った経験を引き出し、小学校の学習の入り口とすることができると考えています。

幼児期の終わりまでに育ってほしい姿

- 1 健康な心と体
- 2 自立心
- 3 協同性
- 4 道徳性・規範意識の芽生え
- 5 社会生活との関わり
- 6 思考力の芽生え
- 7 自然との関わり・生命尊重
- 8 数量や図形、標識や文字などへの関心・感覚
- 9 言葉による伝え合い
- 10 豊かな感性と表現

遊びや生活の中で、数量や図形、標識や文字などに親しむ体験を重ねたり、標識や文字の役割に気付いたりし、自らの必要感に基づきこれらを活用し、興味や関心、感覚をもつようになる。

ここでいう「幼児期の終わりまでに育ってほしい姿」は、幼稚園教育要領、保育所保育指針、幼保連携型認定子ども園教育・保育要領で、具体的には10の観点(右下参照)から示されています。これは、幼児期に育みたい資質・能力である「知識及び技能の基礎」「思考力、判断力、表現力等の基礎」「学びに向かう力、人間性等」を具体的な姿として示したものであるといえます。

このことを踏まえ、『小学算数』1年上では、教科書の冒頭に「さんすうのはじまり」というページを設けています。「さんすうのはじまり」では、ページを構成している写真をもとに、子どもたちが就学前に経験した、数量や図形に関わるいろいろな場面に目を向けさせます。そして、それらの算数の基盤となる経験を改めて算数の目で見つめ直し、小学校での学習とつなげることを意図しています。



2 ストーリーを大切にしたい紙面構成

幼児教育では、積み木や砂場、ブランコなどの遊具、先生や友だちとの関わり、自然や社会の事象への意識づけなど、子どもたちを取り巻く時間や空間の中で体験を通した教育が行われています。そして、そこで行われる活動の中で触れるすべてのものを教材として学んでいきます。

小学校の入学からしばらくのあいだは、このような幼児期の学びや学び方との継続性を大切にすることが求められます。

たとえば、「今日、みんなは、誰といっしょに登校したの?」「〇〇さんと6年生の△△さんといっしょに来たよ」「わたしは、お姉ちゃんといっしょに来たよ」「近所の友だちとみんなで来たよ」などと会話が弾む登校の場面や学校たんけんの場面、給食や運動会(体育)の準備の場面など、学校生活の中から算数を学ぶための場面を切り取り、ストーリーをつくりながら学習をしていくことを大切にしたいと考えています。そのため、教科書の最初の単元「ともだち」から始まる1学期の学習内容では、学校でのさまざまな

生活場面を取り上げ、生活との関連の中で、数や量の学習を進めていけるようにくふうしています。ここに示されている学校生活での場から、算数を学ぶシチュエーションを設定し、ストーリーを大切にしながら授業を進めていきたいものです。

3 幼児期の学びと学び方を数学的活動につなぐ

幼児期の「さんすう」と小学校の「算数」をつなぐためには、幼児期に培ったさまざまな見方・考え方、経験から得た基礎的な知識や技能、活動や環境を通して学ぶという学び方を指導者が意識してつないでいくことが重要であるといえます。

幼児期に誰かとのものを分け合った経験は、わり算の素地になりますし、「いもほり」でいもの大きさを長さや重さで比べた経験は、量の感覚の素地になります。幼児期の学びと学び方を数学的活動につなぐ意識を指導者がもつことで、この教科書で学ぶ子どもにとって、算数が楽しくてわかりやすいものになることを、そして、この教科書が子どもと算数とのよい出会いをつくることにつながることを願っています。



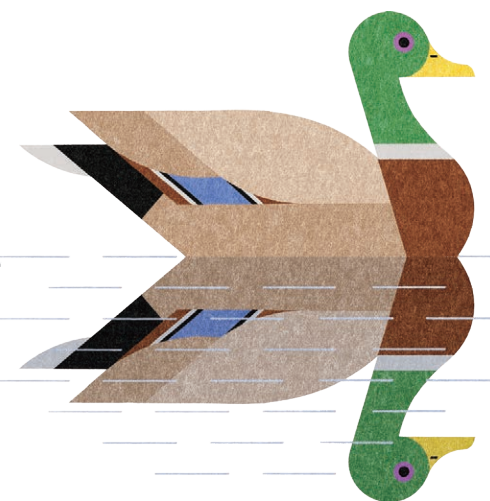
DESIGN

学びの軸となる
機能性・信頼性のある
教科書デザインを。

『小学算数』のデザインを担当するにあたり
常に意識し、大切にすることがあります。
それは「全員に」「わかりやすく伝える」ことです。

学習の進め方に配慮したレイアウト、
文字の読みやすさ・色使い・あしらいなど
細部まで注意を払い、紙面に機能性・信頼性を持たせました。
また表紙のデザインにおいても
「生活の中の算数」に気づいてもらう仕掛けを施し
算数をより身近に感じてもらう
スムーズに学習を始められるよう工夫しています。

子どもたち全員が
わかりやすく、学習に集中できる
学びの軸となる教科書デザインを目指しました。



CONCEPT

アートディレクション&デザイン
monocri (モノクリ)
神宮 雄樹／荒牧 洋子



わくわくするデザインで
好奇心や探究心に働きかけ、
算数を好きになってもらいたい。

この教科書を手にとった子どもたちが
「楽しく学びに向き合えるか」ということも
デザインするうえで大切にしたい要素です。

子どもたちにとって等身大の
躍動感あふれるキャラクターたち。
「主体的・対話的で深い学び」をイメージしやすいように
用いた、生き生きとした表情豊かな写真。
子どもの好奇心や探究心に働きかけるよう
これからの時代にあったイラストや写真などを
ひとつひとつ丁寧に作り込んでいます。

この教科書を通して、
算数を大好きになってもらえたら
こんなにうれしいことはありません。

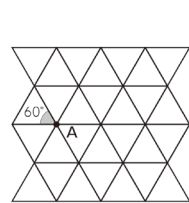


図形の構成要素や性質を基に、事柄が成り立つことを説明する活動

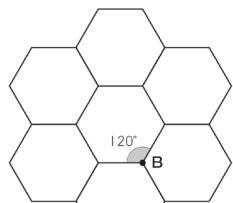


●帝塚山大学教授
勝美 芳雄

はるとさんたちは、うろこ模様ときっこう模様について、話し合っています。



うろこ模様



きっこう模様



はると

図形の辺どうしがぴったりあっていて、すきまも重なりもなくしきつめられているので、点Aや点Bのまわりに集まった角の大きさの和は、それぞれ 360° になっているはずです。



ともや

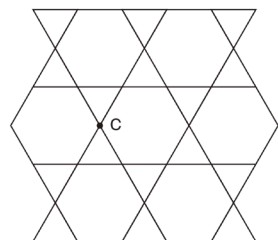
点Aのまわりには、正三角形が6つしきつめられています。正三角形の1つの角の大きさは 60° なので、点Aのまわりに集まった角の大きさの和は、 $60 \times 6 = 360$ で、 360° です。



かすみ

点Bのまわりには、正六角形が3つしきつめられています。正六角形の1つの角の大きさは 120° なので、点Bのまわりに集まった角の大きさの和は、 $120 \times 3 = 360$ で、 360° です。

はるとさんたちは、さらに、かごめ模様も調べることにしました。はるとさんたちが調べているかごめ模様は、合同な正三角形と合同な正六角形でしきつめられていました。



かごめ模様



はると

点Cのまわりに集まった角の大きさの和は、 360° になっています。

(2) 点Cのまわりに集まった角の大きさの和が、 360° になっていることを、着目した図形の「名前」と「角の大きさ」がわかるようにして、言葉や式を使って書きましょう。

正答率
48.5%

▲図1：平成30年度全国学力・学習状況調査 小学校算数B問題①(2)

1. 敷き詰め模様の問題

図1に示したのは、平成30年度の全国学力・学習状況調査のB問題①の後半です。ここでは図形に関する日常生活の事象として、敷き詰め模様に関する内容が取り上げられました。さらに設問(2)は、正三角形と正六角形の両方で敷き詰められる「かごめ模様」について、1つの点の周りに集まった角度が360度になっていることを言葉や式を用いて記述させる問題です。出題の趣旨は、「事柄が成り立つことを、図形の構成要素や性質を基に論理的に考察し、数学的に表現する」ことができるかどうかをみることです。

そのために、合同な正三角形、正六角形のどちらか一方を使ってできる敷き詰め模様についての説明が、設問(2)の前に設定されています。そこではまず「はるとさん」が、「すきまも重なりもなくしきつめられている」という日常的な事象の説

明を、「1点のまわりに集まった角の大きさの和が 360° になっている」と数学的に表現しています。これを理解することによって、どんな図形で敷き詰め模様をつくることができるかを考えられるようになるのです。そして、「ともやさん」と「かすみさん」が、「うろこ模様」と「きっこう模様」について、

- ・着目した図形の名称
- ・角の大きさを表す言葉や数とその角の大きさがいくつ分で 360° になるかを表す言葉や式を示して、それぞれ具体的に表現しています。

設問(2)で扱う模様が正三角形と正六角形の両方を使っているため、記述式で求められる解答がやや複雑になることが予想されます。そこで、「ともやさん」と「かすみさん」の説明を使って、子どもたちに解答の仕方がわかるようにしているのです。

しかし、調査の結果、この設問の正答率は48.5%、無解答率が14.3%でした。このことから、「敷き詰め模様の中から図形を見だし、その構成要素や性質を基に、1つの点の周りに集まった角の大きさの和が 360° になっていることを記述することに課題がある」と指摘されました。

2. この問題の文脈で授業をしてみよう

この問題で、図1の左ページに解答の仕方を示したにもかかわらず、半数以上の子どもが正答できなかったのはどうしてなのでしょう。これまでに出題された記述式の問題でもよく言われることですが、おそらく、図1の左ページに示された文脈を子どもが読み取ることができず、解答の仕方がわからなかったためと考えられます。調査実施の際には、制限時間が決められ質問もできない状況ですので、やむを得ないこともかもしれません。

そこで、この問題の文脈を使って「図形の構成要素や性質を基に、事柄が成り立つことを説明する活動」をおこなう授業をやってみることをお勧めします。言い換えれば、この調査問題の文脈は、授業展開の文脈として使えるようになっているのです。

授業展開の概要は次のようになるでしょう。

- ①「うろこ模様」と「きっこう模様」を観察し、すきまも重なりもなく敷き詰められる理由を考える。
- ②「うろこ模様」と「きっこう模様」について、「1点のまわりに集まった角の大きさの和が 360° になっている」ことを説明する。
- ③「かごめ模様」について、同じように説明できるか考える。
- ④他の敷き詰め模様について考えたり、敷き詰め模様を作ってみたりする。

①では、子どもたちからいろいろな考えが出てくるでしょう。その中に②につながるものがあればそれを上げていくことになります。逆に、出ない場合は、問題にある「はるとさん」の考えを先生が紹介すればよいでしょう。

②では、子どもたちの表現を整理し、洗練され

たものにしていくことになります。この場合も、子どもたちがうまく表現できない場合は、「ともやさん」と「かすみさん」の考えを示せばよいでしょう。さらに、説明の仕方として「○○なので、△△です。」というように、理由と事実を明確にする表現の仕方を子どもに習得させることが必要です。ただし、単なる話型の指導にならないよう注意しなければいけません。つまり、○○と△△で、何を述べなければならないのかが大切です。この場合は、○○が正多角形の1つの内角の大きさ、△△がそれらの和が 360° になることです。

③では、いよいよ「かごめ模様」について考えるのですが、②でできた説明の仕方を使って、グループ等で考えさせることができるでしょう。

④は、やや発展的になりますので時間内にできない場合は、次時や家庭学習の課題にしてもかまいません。

3. 「数学的に表現し伝え合う活動」を

ここで述べた活動は図形領域に限ったことではなく、新学習指導要領では、「数学的に表現し伝え合う活動」として、数学的活動に位置づけられています。そして、学習内容と子どもの発達の段階を踏まえ、学年別に次のように示されています。

- 第1学年…問題解決の過程や結果を、具体物や図などを用いて表現する活動
- 第2,3学年…問題解決の過程や結果を、具体物、図、数、式などを用いて表現し伝え合う活動
- 第4,5学年…問題解決の過程や結果を、図や式などを用いて数学的に表現し伝え合う活動
- 第6学年…問題解決の過程や結果を、目的に応じて図や式などを用いて数学的に表現し伝え合う活動

学年によって、数学的に表現する際に用いるものに違いがあることや、第6学年で「目的に応じて」という文言が付け加わっていることに留意してください。そして、各学年、各領域での具体的な活動を考え、授業を展開しましょう。

本資料18ページに掲載した調査問題は、国立教育政策研究所のWEBサイトより引用しました。また、本資料p.18～19を作成するにあたり、同サイトに掲載された全国学力・学習状況調査「解説資料」、「報告書」を参考にしました。

授業改善のヒント

中学校編

数学的な結果を事象に即して解釈し、説明する活動

●鹿児島大学教授

山口 武志

1

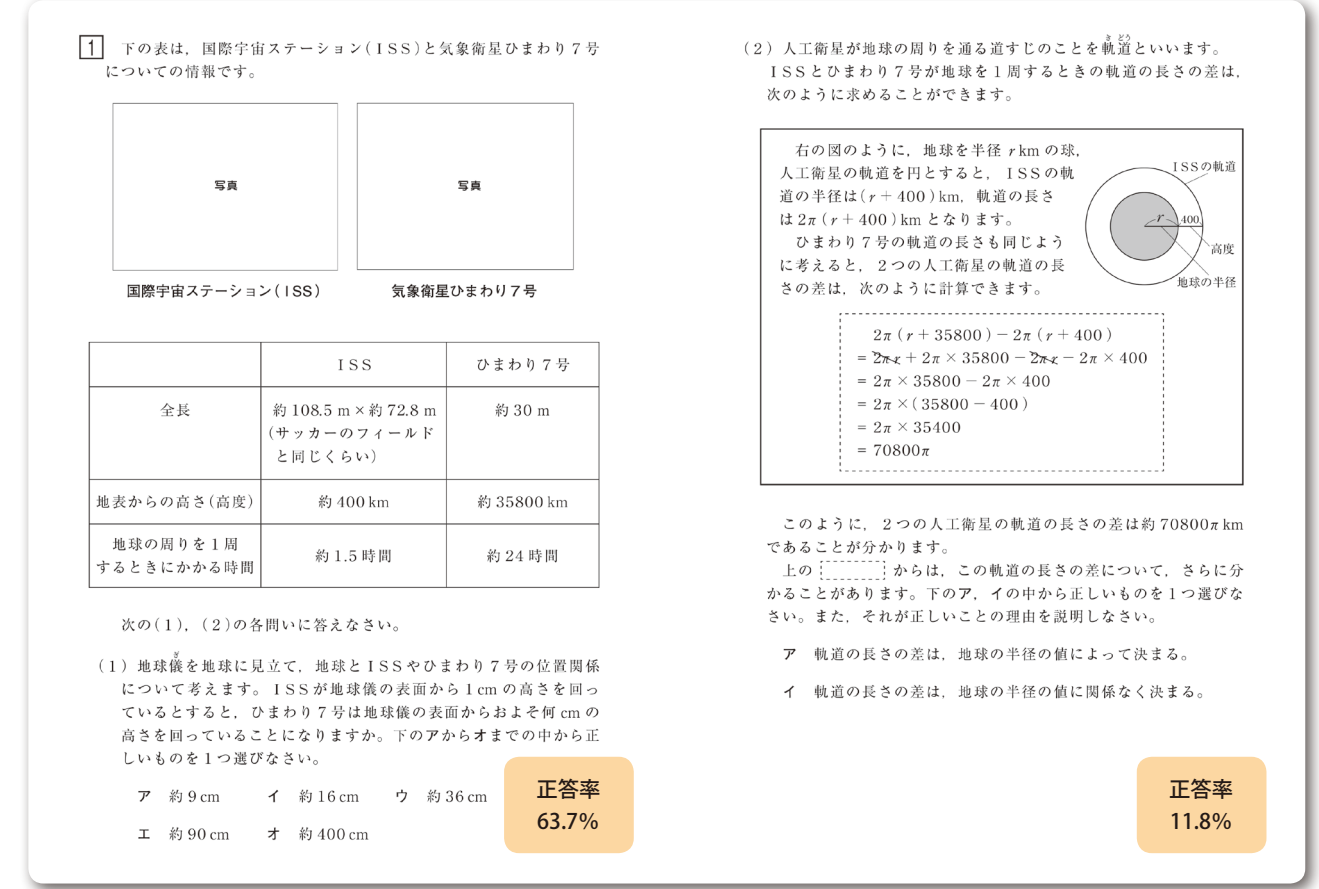
「数学的な結果を事象に即して解釈し、説明する問題」の達成度

平成 24 年度全国学力・学習状況調査の中学校・B問題①では、国際宇宙ステーション（以下、ISS）と気象衛星ひまわり 7 号（以下、ひまわり 7 号）の高さの違いや軌道の長さの違いを考察する問題（図 1）が出題されています。

まず、(1) は、地球儀を地球に見立てた上で、ISS が地球儀の表面から 1cm の高さを回っているとした場合に、地球儀の表面からのひまわり 7 号の高さを問う問題です。この問題では、ひまわり 7 号の高さを x cm とすれば、例えば、「400：35800＝1： x 」といった比例式をつくることによって、約 90cm（選択肢工）という答えを得ることができ

ます。この問題の正答率は 63.7％であり、与えられた情報から必要な情報を適切に選択し、処理することに課題があると指摘されています。

(2) は、ISS とひまわり 7 号の軌道の長さの差に関する計算結果を解釈し、説明する問題です。軌道の長さの差を求める計算過程は枠内に示されており、計算結果を事象に即して解釈し、説明できるか否かという点に焦点が当てられています。つまり、地球を半径 r km の球とみなしたとき、ISS とひまわり 7 号の軌道の長さの差が「70800 π 」になるという計算結果から、「軌道の長さの差は、地球の半径の値に関係なく決まること」（選択肢イ）を読み取ることが求められています。また、その理由として、「軌道の長さの差を求める計算過程で、 r （地球の半径）の項が消去されていること」ある





覆面数式パズルは「楽しく論理力を高めることができる数字パズル」です！

サイエンスライター
鍵本 聡



覆面数式パズルのご紹介

こんにちは。
今回はみなさんに、数学の先生方の間でもおなじみの「覆面数式パズル」をご紹介しますと思います。
覆面数式パズルとは、計算式や筆算の数字の一部、もしくは全部がアルファベットなどの文字で置き換えられており、どのアルファベットがどの数に対応しているのかということを論理的に探していくという問題のことです。

古典的なものでいうと、

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

というのは非常に有名ですね。覆面数式パズルであると同時に「Send More Money (もっと金を送れ)」という意味も込められていて、非常によくできた問題です（やり方などはインターネットでたくさんアップされていますので、そちらをご覧ください）。
答えは、以下のようになります。
S = 9, E = 5, N = 6, D = 7, M = 1, O = 0, R = 8, Y = 2

覆面数式パズルを解くことで、

- 楽しみながら論理力を高めることができる。
- 「まずはやってみよう！」という、算数や数学に不可欠な試行錯誤する態度や力が身につく。
- 問題を簡単にすれば小さなお子様でも楽しむことができる。

というメリットがあります。

今年の覆面数式パズル

最近、毎年お正月に、その年の西暦の数字にちなんだ覆面数式パズルを作成して、SNS などでお互いに解きあう人が増えてきました。私もここ10年以上、覆面数式パズルを作成して、年賀状に印刷して知人に送っています。
今年（2019年）の年賀状でみなさんにお送りしたのは、下の問題になります。

問題

$$2 \times 3 \times A \times BC - (D - 1) \times E = 2019$$

上の式で A から E はそれぞれ 4, 5, 6, 7, 8 のいずれかの異なる数を表しています。

A から E にあてはまる数をそれぞれ求めましょう。

いかがですか？

なかなか難しいかもしれません。ちなみに、私の運営する教室で出題したところ、小学6年生で解いた児童も2, 3名いましたが、一方で中学生、高校生でも「難しい」と言って解くのをやめてしまう生徒もいましたので、学年に関係なく解ける問題なのだと思います。

簡単に解説を載せておきます（解き方はいくつかあるので、以下に掲載するのはそのうちの1通りにすぎません）。

まず、問題の数式を下のように **あ**、**い**、**う** の3つのパーツに分けて考えます。

$$\begin{array}{ccc} \text{あ} & & \text{い} & & \text{う} \\ \hline 2 \times 3 \times A \times BC & - & (D - 1) \times E & = & 2019 \end{array}$$

2桁の数字を表しています。

$$\begin{array}{ccc} \text{あ} & & \text{い} & & \text{う} \\ \hline 2 \times 3 \times A \times BC & - & (D - 1) \times E & = & 2019 \end{array}$$

2をかけているので偶数 奇数

偶数 - □ = 奇数なので、**い** は奇数でないといけないのですが、かけ算をして奇数ということは、(D - 1) と E はともに奇数になります。

すなわちこの段階で、D = 4, 6, 8 のどれか、E = 5, 7 のいずれかに絞られます。

$$\begin{array}{ccc} \text{あ} & & \text{い} & & \text{う} \\ \hline 2 \times 3 \times A \times BC & - & (D - 1) \times E & = & 2019 \end{array}$$

3をかけているので3の倍数 3の倍数

このように考えていくと、3の倍数 - □ = 3の倍数なので、**い** も3の倍数でないといけません。ただ、先ほど絞った E の候補の5も7も3の倍数ではないので、(D - 1) が3の倍数であることがわかります。先ほどの候補 D = 4, 6, 8 のうちこのことを満たすのは、D = 4のみです。

すなわち、偶数、奇数と3の倍数を考えることで、D = 4となり、E = 5, 7 のいずれか、ということがわかります。

あとは、この D = 4, E = 5 と D = 4, E = 7 の2通りを試して、A, B, C がうまくあてはまるものを探していきます。

挑戦問題

$$ABC \times D + E \times F + G \times H - I = 2019$$

上の等式が成り立つように、A から I までの文字に1から9までの異なる数を1つずつあてはめてください。

ただし、I = 1, G = 2, D = 3, E = 4です。

ヒント

$ABC \times 3 + 4F + 2H = 2020$ から始めましょう。
4F, 2H, 2020 がどんな数を表しているか考えてみましょう。

解答

弊社 web サイトにて公開中です。



D = 4, E = 5 の場合

$$2 \times 3 \times A \times BC - (4 - 1) \times 5 = 2019$$

$$6 \times A \times BC - 15 = 2019$$

$$6 \times A \times BC = 2034$$

D = 4, E = 7 の場合

$$2 \times 3 \times A \times BC - (4 - 1) \times 7 = 2019$$

$$6 \times A \times BC - 21 = 2019$$

$$6 \times A \times BC = 2040$$

A, B, C に数字をあてはめてみてくださいね。

問題の答えは、以下のようになります。

$$\begin{array}{l} \mathbf{A = 5, B = 6, C = 8, D = 4,} \\ \mathbf{E = 7} \end{array}$$

いかがでしたか？

こんな感じで、普段の授業の合間にさっとこのような問題を出題してあげるだけでも、ちょっとしたリフレッシュ効果もあり、生徒も熱心に解いてくることが多いものです。また、問題が少し難しすぎる場合は、さらに1つか2つ最初に与えてあげることで難易度が調節できます。

感覚がつかめて、もっと難しい問題をやってみたい方向けに2019年をテーマにした問題をもう1問用意しました。

よろしければ挑戦してみてください。

ピタゴラス

その自然現象には、数学がある！



●桐蔭横浜大学准教授
城田 直彦

アテナイの学堂

バチカン市国のバチカン宮殿には、ラファエロ（1483～1520）と彼の弟子によるフレスコ画が多く展示されています。下の絵は、彼の最高傑作『アテナイの学堂』です。この絵には古代ギリシャの有名な学者がほとんど描かれているといわれています。たとえば、中央にいる2人は、左がプラトン（BC427頃～BC347頃）、右がアリストテレス（BC384～BC322）です。



今回紹介するピタゴラス（BC572頃～BC492頃）は……、いますよ。絵の左下で重そうな本を開いて何か書き込んでいます。実は、ピタゴラスはプラトンやアリストテレスが生きた時代以前の人物なので、彼らがこの絵のように一堂に会することはありません。しかし、大切なことは、ラファエロがピタゴラスを古代ギリシャの学者オールスターズの一人として欠かせない人物だと認識し、この作品の中に描いているということです。

ピタゴラスの発見ではない！

ピタゴラスといえば、最もよく知られているのは、これはもう間違いなく「ピタゴラスの定理」でしょう。直角三角形の直角をはさむ2辺を a , b ,

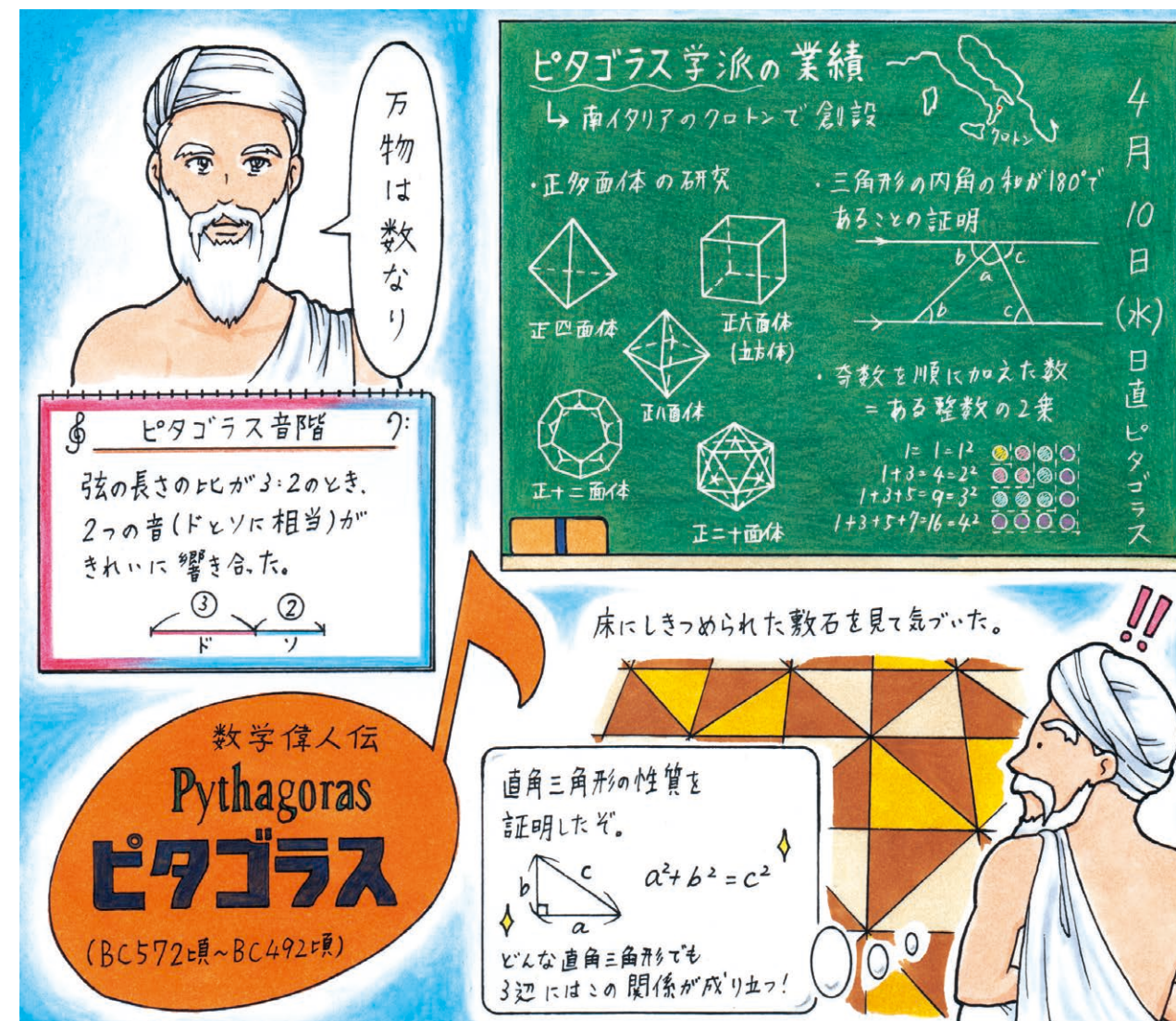
斜辺を c とするとき、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つというものです。直角三角形が持つとてもエレガントな性質です。しかし、まず断っておきますが、ピタゴラスがこの定理を最初に見つけたわけではありません。直角三角形にこのような性質があることは、ピタゴラスが活躍する以前から各地で知られていました。

では、なぜ、「ピタゴラスの定理」と呼ばれるのでしょうか？ 彼はこの性質を最初に発見した人物ではないけれど、筋道立てて証明したのかもしれない——私はそう考えることにしています（そのような証拠もないのですが……）。ピタゴラスが敷石の模様を見て「この定理を発見した」というエピソードはよく知られていますが、「証明のヒントを得た」というのが私の想像です。

万物は数なり

ピタゴラスのプロフィールは、謎に包まれています。というのも、彼は著作を一つも残していないのです。また、彼の妻テアノが書いたという伝記も失われ、直接的な資料はまったくありません。ですから、ここに示す彼の経歴は、すべて「～といわれている」というものです。

ピタゴラスは、エーゲ海の東部にあるサモス島で生まれました。彼はイオニアの植民地であるミレトスに行き、数学者、天文学者として有名なタレス（BC624頃～BC546頃）や彼の弟子から学んだとされています。さらに、エジプトで学び、故郷のサモス島に戻り学校を開きましたが、うまくいきません。次に、イタリア南部にあった古代ギリシャの植民都市クロトンに移り、学校を開きます。ここで多くの弟子を得て、いわゆる「ピタゴラス学派」が形成されました。



ピタゴラスは、「万物は数なり」——自然も社会もすべて数によってつりあいがとれ、秩序が保たれていると考えていました。彼の学校は、「数」を崇拝する宗教団体、秘密結社のようなものでもありました。弟子たちは学習したこと以外の口外を禁止され、弟子たちの発見はピタゴラスの発見として扱われたといわれています。

学校が栄えると学派の政治的発言力も大きくなり、反感をもった民衆により学校は焼かれてしまいました。多くの弟子たちが死に、ピタゴラス自身もメタポンツムで亡くなりました。

ピタゴラスの業績

ピタゴラスは、三角形の内角の和が2直角であることを、頂点を通して対辺に平行な直線を引いて証明しました。また、正多面体については、以

前から知られていたものに加えて、正十二面体、正二十面体を発見しました。もっとも、先に述べたような事情で、彼の業績なのか学派としての業績なのかは判別できません。

ほかにも、奇数・偶数、三角数、四角数、完全数などの整数の性質についての研究、黄金分割の作図、正多角形による平面の敷き詰めなどの図形分野の研究、さらに、音楽の分野にまで才能を発揮し、音程と数の関係についても研究しました。

さて、ピタゴラスが信仰の対象とする「数」とは、整数と整数の比（分数）だけでした。ところが、正方形の1辺の長さを整数で表すと、対角線の長さを分数で表せないのです（無理数になる）。こんなに身近な図形なのに！ ピタゴラスは無理数の存在を隠すために、無理数について口外した弟子を溺死させた——といわれています。