

# 楽しい数学の授業をめざして

Vol.02

## 今回のテーマ 《 魅力ある教材を見抜く目 》

### 生徒の声を励みに数楽の教材開発を



こんなところに数学が潜んでいるとは思っていませんでした。

規則正しい整数の並びから、数学の美しさを感じました。

生徒に数学の楽しさを感じさせるためには、それ以上に教師自身が教材のよさを感じ、心を躍らせて授業に臨むことが大切です。私は「教材の引き出し」を数多く持つことが、数学教師としての大きな財産であると考えています。

### ○ 新たな教材の見つけ方

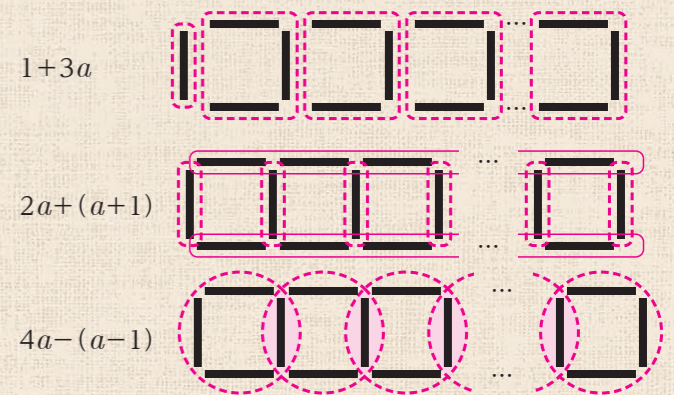
教材開発で一番参考になるのは教科書です。教科書で取り扱っている教材を、統合的・発展的に加工すると新たな視点の教材が見えてきます。

例えば、長さの等しい棒で正方形をつくり、それを横一列に並べていったとき、正方形の数を  $a$  個として必要な棒の本数を式で表す教材が、よく教科書に載っています。



教科書は紙面の都合や章全体の構成から、1通りの

式しか載せていない場合もあります。しかし、この棒の本数の求め方は何通りもあり、その求め方を式と図で表す活動は、数学的に意味のあるものです。



教科書にある教材に自分なりのアレンジを加え、生徒の主体的な学習活動に結びつけるような工夫をしてみてください。

また、私は算数・数学に関する書籍や新聞、インターネットなどから、教材として使えるものはないかと常にアンテナを張っています。その中に、おもしろそうなものがあれば、生徒の実態に合わせて授業展開を考え、実践してきました。うまくいく場合も、そうでない場合もありますが、チャレンジする中から教材としてのよさを発見し、価値ある教材として確立させてきました。今回は、そのうちの1つとして「九九表」を使った教材を紹介します。

### おまけ

紹介した「授業の流れ」では、九九表の性質を発見することをめあてとしていますが、その性質が成り立つ理由を説明したいと考える生徒もいるでしょう。

紙面の都合で、紹介した全ての性質について、成り立つ理由を説明（証明）することはできませんが、その一部を、中学生にもわかるように記しておきます。

⑦の命題：3の段の答えを数が小さい方から見たときの一の位の数と、7の段の答えを数が大きい方から見たときの一の位の数が同じである。

### (考え方)

3の段を前から見ると、

$$\begin{aligned} 3 \times 1 &= 3 \\ 3 \times 2 &= 6 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ &\vdots \end{aligned}$$

7の段を後ろから見ると、

$$\begin{aligned} 7 \times 9 &= 63 \\ 7 \times 8 &= 56 \\ 7 \times 7 &= 49 \\ &\vdots \end{aligned}$$

3の段と7の段の被乗数3と7の和は10。

かける数を順に組にしていくと、

$$\begin{aligned} 1 + 9 &= 10 \\ 2 + 8 &= 10 \\ 3 + 7 &= 10 \\ &\vdots \end{aligned}$$

このことに着目する。

### (命題が正しいことの説明)

⑦  $ab$

$$\begin{aligned} \text{① } (10-a)(10-b) &= 100 - 10a - 10b + ab \\ &= 10(10-a-b) + ab \end{aligned}$$

上の⑦の式、①の式において、 $a=3$  とすると  $10-a=7$  となる。ここで、 $b$  に1から9までの自然数を順に代入していくと、①の式の  $10(10-a-b)$  の部分の一の位の数はいつでも0となるから、⑦の式の値と①の式の値の一の位の数はいつでも同じになる。

したがって、3の段の答えを数が小さい方から見たときの一の位の数と、7の段の答えを数が大きい方から見たときの一の位の数が同じである。

1の段と9の段、2の段と8の段、4の段と6の段でも同じように考えることができる。

⑫の命題：九九表の被乗数が  $n$  の行と乗数が  $n$  の列をL字型に抜き出したとき、そこに並んだ数の和はいつでも、 $n$  の3乗になる。

### (命題が正しいことの説明)

$n=5$  の場合を考える。

$$\begin{aligned} 5 \times 1 + 5 \times 2 + 5 \times 3 + 5 \times 4 + 5 \times 5 + 4 \times 5 + 3 \times 5 + 2 \times 5 + 1 \times 5 &= (5 \times 1 + 4 \times 5) + (5 \times 2 + 3 \times 5) + (5 \times 3 + 2 \times 5) + (5 \times 4 + 1 \times 5) + 5 \times 5 \\ &= (5 \times 5) \times 5 = 5^3 \end{aligned}$$

$n$  が1から9の自然数のいずれの場合も同じように考えることができる。したがって、九九表の被乗数が  $n$  の行と乗数が  $n$  の列をL字型に抜き出したとき、そこに並んだ数の和はいつでも、 $n$  の3乗になる。

## 楽しい数学の授業をめざして Vol.02

日文 教授用資料

令和3年(2021年)12月1日発行

編集・発行人 佐々木秀樹

発行所 日本文教出版株式会社  
〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5  
TEL: 06-6692-1261

本書の無断転載・複製を禁じます。

CD33576

## 日本文教出版 株式会社

<https://www.nichibun-g.co.jp/>

大阪本社 〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5  
TEL:06-6692-1261 FAX:06-6606-5171  
東京本社 〒165-0026 東京都中野区新井1-2-16  
TEL:03-3389-4611 FAX:03-3389-4618  
九州支社 〒810-0022 福岡市中央区薬院3-11-14  
TEL:092-531-7696 FAX:092-521-3938  
東海支社 〒461-0004 名古屋市東区葵1-13-18・7F・B  
TEL:052-979-7260 FAX:052-979-7261  
北海道出張所 〒001-0909 札幌市北区新琴似9-12-1-1  
TEL:011-764-1201 FAX:011-764-0690

本資料は、一般社団法人教科書協会「教科書発行者行動規範」に則り、配布を許可されているものです。

日文の実践事例、教科情報  
詳しくはWebへ!

日文 検索



未来をになう子どもたちへ  
日本文教出版

※本冊子掲載QRコードのリンク先コンテンツは予告なく変更または削除する場合があります。  
※QRコードは、株式会社デンソーウェブの登録商標です。

著者 たまき おさむ  
環 修

元香川県公立中学校校長  
元香川県中学校教育研究会  
数学会会長  
現在、初任者指導、  
大学非常勤講師、  
町教育アドバイザー





## 九九表の秘密



九九は小学2年生で学習します。その際に九九表も作成し、かけ算のきまりを調べる学習に取り組んでいます。中学校で再びこの九九表を用いた授業をすることで、規則正しく並んだ整数の性質の美しさを感じさせることができます。なお、この授業は、扱い方次第で1～3年のどの学年でも実施可能です。

### 【九九表】

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

### ○ 「九九表の秘密」の授業の流れ

- (1) 九九表を配布し、この中から規則性を見つけさせる。
- (2) 見つけた規則性を発表させる。

#### 【数の並びについて】

- ① 1の段の答えは1ずつ、2の段の答えは2ずつ、3の段の答えは3ずつ……増えている。

- ② 2の段の答えと3の段の答えをたすと5の段の答えになっている。
- ③ 右下がりの対角線上に2乗の数が並んでおり、それに対して数の並びが対称になっている。
- ④ 右下がりの対角線上の数は、増え幅が3、5、7、…と2ずつ増えている。
- ⑤ 対角線上でなくても、右下がりの斜めの数はどこでも、④と同じように、増え幅が2ずつ増えている。
- ⑥ 9の段の答えの数は、一の位の数と十の位の数の和が9になる。
- ⑦ 3の段の答えを数が小さい方から見たときの一の位の数と、7の段の答えを数が大きい方から見たときの一の位の数が同じである。1の段と9の段、2の段と8の段、4の段と6の段でも同様のことがいえる。

#### 【ブロックについて】

- ⑧ 2行2列の正方形に位置する数の、対角線上の数の積は等しい。

(例)  $2 \times 6 = 3 \times 4$

	1	2	3
1	1	2	3
2	2	4	6
3	3	6	9

- ⑨ 3行3列の正方形に位置する数をとると、その9つの数の和は、中央の数の9倍になっている。

(例)  $20 + 24 + 28 + 25 + 30 + 35 + 30 + 36 + 42 = 270 = 30 \times 9$

	5	6	7
4	20	24	28
5	25	30	35
6	30	36	42

#### 【数の和について】

- ⑩ 1の段の答えの和は45、2の段の答えの和は90、3の段の答えの和は135で、45ずつ増えている。
- ⑪ 81個すべての数の和は、 $(45 + 45 \times 2 + 45 \times 3 + \dots + 45 \times 9) = 45 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9) = 45 \times 45 = 2025$   
別解として、⑨の考え方を3行3列から9行9列に拡張して適用すると、 $25 \times 81 = 2025$

- ⑫  $1 = 1^3$ ,  
 $2 + 4 + 2 = 8 = 2^3$ ,  
 $3 + 6 + 9 + 6 + 3 = 27 = 3^3$   
同じように九九表を見ていくと、被乗数が  $n$  の行と乗数が  $n$  の列をL字型に抜き出したとき、そこに並んだ数の和はいつでも、 $n$  の3乗になる。

	1	2	3
1	1	2	3
2	2	4	6
3	3	6	9

さらに、⑩より、81個の数の和は  $45 \times 45$   
⑩より、 $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$  だから、81個の数の和は  $(1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9) = (1 + 2 + 3 + \dots + 9)^2$   
⑫より、81個の数の和は  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3 = (1 + 2 + \dots + 9)^2$  となる。

- (3) 授業の振り返りを行う。

授業を通して感じたこと、友だちから学んだこと、疑問やさらに追究したいことを中心に、自分の言葉で振り返りを書かせる。

### ○ 授業実践を振り返って

経験上、【数の並びについて】の①～⑥の性質は、どのクラスでも発見することができますが、⑦の性質に気づくことはほとんどありません。教師の方から紹介すると、驚きの声が上がります。

【ブロックについて】の⑧の性質に気づく生徒はいても、⑨の性質に気づく生徒はあまりいません。そこで、教師の方から簡単な3行3列の9つの数に着目させ、その9つの数の和を求めさせるとよいでしょう。中央の数が10、20、30の場合で和を確かめていると、9つの数の和は中央の数の9倍になっていることに気づきやすいでしょう。

【数の和について】の⑩の性質は、1の段の9つの数の和が45になることを確かめると、2の段、3の段と順々に求めていくことができ、さらにその差が45になっていることにも気づきます。各段の和が求められたら、それらを全部たして81個の数の和を求めるよう促すとよいでしょう。⑩の性質の式にあるように、分配法則を使うと結果的には  $45 \times 45$  になることから、式変形の美しさを感じさせることもできます。さらに、

⑨の性質を3行3列から9行9列の正方形に拡張して適用することで、九九表の81個の数の和が中央の数25の81倍で求められることに気づく生徒も出てきます。

⑪から  $45 \times 45 = 2025$ 、⑫の別解から  $25 \times 81 = 2025$ 、この2つの式を並べて示すと、ここでも生徒から驚きの声が上がります。

⑫の性質(L字型にとった数の和が、1、8、27、64、…となり、それぞれ  $1^3$ 、 $2^3$ 、 $3^3$ 、 $4^3$ 、…であること)は、最後に紹介しています。場合によっては、高等学校の数列で学習する3乗の数の和の公式を紹介することもあります。中学生に理解させることはかなり難しいのですが、数学の教師のみなさんには、この九九表の中に3乗の数の和の公式が隠れていることをお伝えしたいと思います。

### ○ 九九表の数学的な魅力

私は、ある書籍に九九表が紹介されているのを見て、九九表の授業を考えました。実践してみると、予想以上に多くの規則性や性質を見つけることができ、九九表の教材としての魅力を再認識しました。

生徒は、九九表の中にいろいろな新しい規則性が見つかったことに大きな驚きを感じています。1年生の授業で、各段の答えの和から81個の数の和を求めた後、生徒から、「⑨の性質を9行9列の正方形に適用すると、中央の数が25で、全部で81個あるので、 $25 \times 81$ で求められるのでは」との意見が出ました。さっそく、この計算をすると2025になっており、生徒の柔軟な発想に驚かされました。以後、九九表の授業の際には、必ずこのことを紹介しています。

また、⑫の性質より

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3 = (1 + 2 + \dots + 9)^2$$

となります。このことを拡張すると、1から  $n$  までの3乗の和は1から  $n$  までの和の2乗になることを予想することができます。九九表にこのような公式が隠れていることには、本当に驚かされます。

小学2年生で学習した九九表の中にこれほどまでの規則性や性質が隠れていたことに、改めて教材としての魅力を感じます。是非とも、九九表の数学的なよさや美しさを、生徒と共に実感してください。