

楽しい数学の授業をめざして

Vol.03

今回のテーマ 《 記憶に残る授業 》

記憶に残る数学の授業を



先生のおかげで、今、こんな仕事に頑張っています。



中学時代の数学の授業はおもしろかったな。パラソルチョコレートの授業は、今でも覚えています。



トイレに行くたびに、トイレトペーパーの授業を思い出します。

卒業して何年か後に再会した生徒から、中学時代にお世話になったお礼や、数学の授業についての思い出話を聞くと、教師冥利につきます。

教師という仕事の魅力は、生徒の成長に直接関わり、それを見守っていただけることです。限られた時間の中で、いかに生徒の可能性を見つけ、自信を持たせて成長させるかです。

学級担任として、教科担任として、また、部活動の顧問として等、いろいろな立場での関わりの中で、生徒は教師からたくさんのものを学び取っていきます。できれば、それが生徒にとっていい出会いであり、記憶に残るものになってもらいたいものです。もちろん数学の教科担任としても、「先生の数学の授業はおもしろかった」「先生に数学を教えてもらえてよかった」と言ってもらえ、いつまでも生徒の記憶に残る先生になりたいものです。

記憶に残る数学の先生とは、どのような先生でしょうか。「授業が分かりやすく、いろいろな教具を使った授業をしてくれた先生」「自分が分からないところを個別に丁寧に教えてくれた先生」と答える人が多いでしょう。しかし、逆に「例題、練習の繰り返しで、まったく授業が分からなかった先生」とマイナスの記憶を答える人がいるかもしれません。

プラスの記憶を残すためには、指導の方法と内容の2つのことが大切です。指導の方法は、教師からの一方的な講義形式ではなく、具体的な教具や活動を取り入れ、生徒主体の学習を工夫することが大切です。また、個々の生徒の学習状況に応じた、授業時間外も含めたきめ細やかな指導も大切です。

内容については、これまでも述べてきた、数学を考えることのおもしろさや、数学のよさや美しさを感じられる教材を用いた授業が必要です。教科書教材をアレンジしたり、身近な生活の中にある教材で、数学的に魅力のある教材を活用したりして、「こんなところに数学があったのか」と、数学の有用性を実感させたいものです。

今回は、私がこれまでに何度も実践し、生徒の記憶にも残りやすい2つの授業を紹介します。

- ① 「トイレトペーパーの回転数」
- ② 「パラソルチョコレートを仲良く分けよう」

$r:1=x:10$ より、 $r=\frac{x}{10}$ となります。

上側の円錐の体積は、 $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{x}{10}\right)^2x$ となり、全体の体積 $\frac{10\pi}{3}$ の半分の $\frac{5\pi}{3}$ になります。

$\frac{1}{3}\pi\left(\frac{x}{10}\right)^2x=\frac{5\pi}{3}$ の式を整理して、 $x^3=500$ となりますが、この整理も生徒にとっては少し難しいようなので、丁寧な説明が必要です。

2(2)の方法は、相似比と体積比の関係を使います。相似比に対して体積比は3乗倍なので、 $x:10$ を3乗倍して $x^3:10^3$ となります。切った上側の円錐の体積を1とすると全体の円錐の体積は2となることより、 $x^3:10^3=1:2$ となり、整理して $x^3=500$ となります。結果的にはこの方法が簡単ですが、この方法に気付く生徒は数名でした。

上のいずれの計算も $x^3=500$ という3次方程式になり、ここで計算が止まってしまいます。そこで、平方根の導入の際に $x^2=2$ の x の値を、電卓を使って区間縮小法で求めたことを思い出させて、 $x^3=500$ も同様に電卓で求めさせます。このとき、電卓で3乗する計算は、その値を入力し \times $=$ $=$ で求められることを知らせ、効率よく求めさせます。

2人で役割分担し、12ケタの電卓で求めさせていくと、 $x=7.93700525984$ まで求めた生徒がいました。この値を3乗すると $x^3=499.999999999$ となり、末尾の4を5にして $x=7.93700525985$ を3乗すると $x^3=500.000000001$ となり、生徒からため息が聞こえてきました。しばらくすると「3乗してピッタリ500になる数値は本当にあるのですか?」といった声が出てきます。「もしもその数値があったとしたとき、最後の位の数が1~9のどれかとします。それを

3乗したとき、末位の数が0になる数はありますか?」と聞き返し、この数値は、 $\sqrt{2}$ と同様に、無理数であることを知らせます。さらに、2乗して2になる数を、2の平方根というのと同様に、3乗して500になる数は500の立方根ということを紹介し、その記号を考えさせます。 $\sqrt{\quad}$ を二重にした $\sqrt{\sqrt{\quad}}$ や、 $\sqrt{\quad}$ の前にwを付けた $w\sqrt{\quad}$ など、いろいろな記号の案が出ます。しばらく生徒の発想を楽しんだ後で、 $\sqrt[3]{\quad}$ を紹介します。

○ 生徒の振り返り



パラソルチョコレートを半分に分けるだけで、立方根まで出てくるとは思わなかった。



円錐という立体の体積には不思議な性質があることが分かりました。



電卓で計算するのがおもしろかった。でも、ピッタリの答えがないのは残念でした。

パラソルチョコレートの中にこんな数学があるとは思わなかったと感じている生徒がたくさんいました。電卓で細かな数値を求めることにも盛り上がり $x=7.93700525984$ まで求めた生徒が、「もっと電卓の桁数があれば」と悔しがっていました。

卒業した生徒から、「スーパーでパラソルチョコレートを見つけ、とても懐かしく感じました」といった声を聞くこともありました。

楽しい数学の授業をめざして Vol.03

日文 教授用資料

令和4年(2022年)4月1日発行

編集・発行人 佐々木秀樹

発行所 日本文教出版株式会社
〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5
TEL:06-6692-1261

本書の無断転載・複製を禁じます。

CD33585

日本文教出版 株式会社

<https://www.nichibun-g.co.jp/>

大阪本社 〒558-0041 大阪市住吉区南住吉4-7-5
TEL:06-6692-1261 FAX:06-6606-5171

東京本社 〒165-0026 東京都中野区新井1-2-16
TEL:03-3389-4611 FAX:03-3389-4618

九州支社 〒810-0022 福岡市中央区薬院3-11-14
TEL:092-531-7696 FAX:092-521-3938

東海支社 〒461-0004 名古屋市東区葵1-13-18-7F-B
TEL:052-979-7260 FAX:052-979-7261

北海道出張所 〒001-0909 札幌市北区新琴似9-12-1-1
TEL:011-764-1201 FAX:011-764-0690

本資料は、一般社団法人教科書協会「教科書発行者行動規範」に則り、配布を許可されているものです。

日文の実践事例、教科情報
詳しくはWebへ!

日文 検索



未来をにう子どもたちへ
日本文教出版

※本冊子掲載QRコードのリンク先コンテンツは予告なく変更または削除する場合があります。
※QRコードは、株式会社デンソーウェブの登録商標です。

著者 たまき おさむ
環 修

元香川県公立中学校校長
元香川県中学校教育研究会
数学会会長
現在、初任者指導、
大学非常勤講師、
町教育アドバイザー

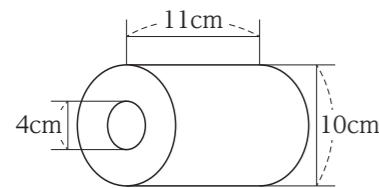


① 「トイレトペーパーの回転数」

この授業は、毎日使っているトイレトペーパーを教材とし、その回転数を求めるという数学的な課題を見つけ、いろいろな方法で解決しようとするものです。計算で求める方法と、実際に数える方法の両方に取り組みさせることで、計算で求める数学的な見方や考え方のよさを実感させることができます。なお、この授業実践は中学2年で行うことが多かったのですが、どの学年でも実施可能です。

○ 「トイレトペーパーの回転数」の授業の流れ

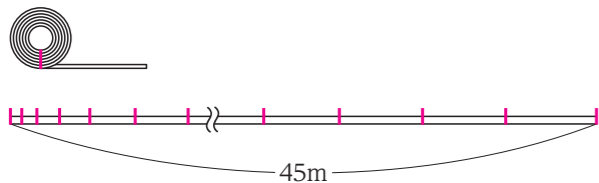
- 1 トイレトペーパーの寸法を測る。
幅 11cm、芯直径 4cm、外側直径 10cm
全長 45m(パッケージに記載)



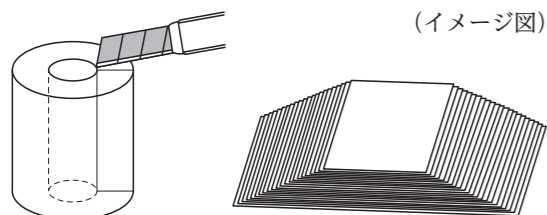
- 2 測った数値から求められそうな数量を考える。
体積、表面積、回転数、1枚の厚さ
- 3 回転数を求める方法を考える。

- (1) 回転数の予想をする。
- (2) 実際に数える方法を考える。

- ① マーカーで印を付け、実際に伸ばしてその印の数を数える。

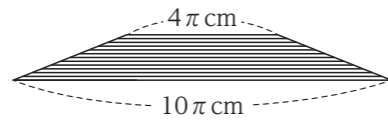


- ② カッターで切り開き、重なっている紙の枚数を数える。

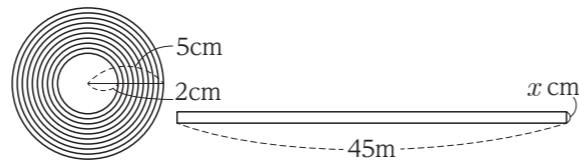


- (3) 計算で求める。

- ① カッターで切り開き、全長 45m であることを利用して求める。回転数を n とすると
 $(4\pi + 10\pi) \div 2 \times n = 4500$ より $n \div 205$



- ② 円柱の底面積から求める。紙 1 枚の厚さを x cm とすると
 $(5^2 - 2^2)\pi = 4500x$ より $x \div 0.01465$
 $(5 - 2) \div 0.01465 \div 205$

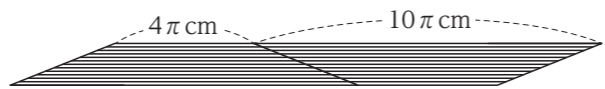


- 4 それぞれの求め方のよさを考える。
・数えているので正確な回転数が分かる。
・2通りの計算方法では同じ答えが出た。
- 5 本時の振り返りを行う。
・計算でうまく求められた。
・実際に数えると大変だった。
・トイレトペーパーの中に数学があった。

○ 実践授業を振り返って

この授業でのトイレトペーパーはシングルで、全長の短いものが、回転数も少なく扱いやすいです。また、最初に寸法を測る際、外側の直径は少し膨らみ気味になっているので、よく紙が詰まった部分を測ることが大切です。

授業の3(3)①では、カッターで切り開いたものを横から見ると台形になっています。台形の面積の求め方と同様に、逆にした台形をもう1つくっつけて、紙の長さの和が 90m になることから



$(4\pi + 10\pi) \times n = 9000$ より $n \div 205$
と計算することもできます。

授業の3(3)②では、円柱の底面積が、縦が紙の厚さ、横が 4500cm の長方形の面積と等しいと見ることにより、紙の厚さを求めました。この計算方法の方が前

述の計算よりも難しいと思いますが、是非両方の計算方法を紹介し、それぞれの考え方のよさを実感させてもらいたいです。

計算で求めた数値が本当に正しいかどうかは、実際に数えた生徒がいるので確かめることができます。授業の3(2)①や②の活動で実際に数えた生徒の功績をしっかりと称え、学級の全員で解決できたという意識を持たせたいです。ただ、実際に伸ばしたり、切ったり数えたりした後のトイレトペーパーが、無駄にならないように十分配慮してもらいたいです。

○ 生徒の振り返り



トイレトペーパーで数学ができるとは思わなかった。計算で回転数が求められることに驚いた。



実際に切って数えてくれた人がいたので、正解が分かった。計算した値がほぼ同じだったのですごいと思った。



今日のトイレトペーパーのことを、帰ってお母さんに話して自慢したいです。明日から、回転数を考えながら使います。

どの生徒も、トイレトペーパーの中に数学の問題があったという意外性に驚いていました。また、実際に数えた値と計算で求めた値がほぼ同じであったことに数学の魅力を感じていました。

なお、この授業では、実際にトイレトペーパーを廊下で伸ばして数えた生徒が一番強く記憶に残っていたようです。

② 「パラソルチョコレートを仲良く分けよう」

この授業は、3年生の全ての内容の学習が終わった2月頃に実施していました。解決のための計算に立方根が出てくるので、高校の数学への意識付けとしています。

授業は隣同士のペア学習で実施し、実際のパラソルチョコレートを2人に1本ずつ配り、その2人で協力して解決するようにしています。また、生徒に12ヶタ電卓を配布し、出来るだけ答えに近い細かな数値を

求めさせるため、電卓で計算する人、記録する人の役割を分担して取り組ませました。

なお、実際のパラソルチョコレートの高さは 8cm ですが、高さに対する実感を持たせるために、授業では 10cm として計算させました。

○ 「パラソルチョコレートを仲良く分けよう」の授業の流れ

- 1 高さ 10cm のパラソルチョコレートを等しく2つに分ける方法を考える。

- (1) 上から何 cm のところで切ればよいかを予想する。

- 2 上から x cm で切るとして、関係式を考える。

- (1) 体積の関係式を計算して考える。

$$\frac{\pi x^3}{3 \times 10^2} = \frac{5\pi}{3}$$

これを整理して $x^3 = 500$

- (2) 相似比と体積比の関係から考える。

$$x^3 : 10^3 = 1 : 2$$

これを整理して $x^3 = 500$

- 3 $x^3 = 500$ を満たす x の値を電卓で求める。

$$7 < x < 8$$

$$7.9 < x < 8.0$$

$$7.93 < x < 7.94$$

$$7.937 < x < 7.938$$

- 4 立方根を知る。

2乗して2になる数を2の平方根

3乗して500になる数を500の立方根という。

- 5 学習を振り返る。

- ・円すいの不思議さ
- ・立方根の必要性

○ 実践授業を振り返って

この授業では、授業の2(1)の方法で考える生徒の方が多のですが、切った上側の円錐の体積を x を使った式で表すのが難しいです。切った上側の円錐と全体の円錐が相似になり、全体の円錐の底面の円の半径を1、切った上側の円錐の底面の円の半径を r として関係を表すと、

