□ 論理回路

論理演算を行うための電子回路

コンピュータはデジタルの世界です。数値を二進法の0と1で表すのですが、コンピュータの内部ではそれを0Vと5Vのように、電圧がない・あるという状態で区別します。この仕組みを、半導体を組み合わせた電子回路である論理回路で実現しています。では、その論理回路にはどのようなものがあるのかを見てみましょう。

この論理回路の最も基本となるものが**AND**（**論理積**）、**OR**（**論理和**）、**NOT**（**論理否定**）の3種類で、この3つの組み合わせで、すべての論理回路を構成することができます。

AND（論理積）

ANDは複数の入力がすべて1のときのみ1を出力し、入力信号に0が含まれていれば出力は0になります。

$$X = A \cdot B$$

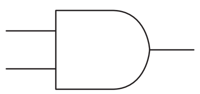

図1　ANDの論理式と図記号

表1　ANDの真理値表（2入力の場合）

入力A	入力B	出力X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR（論理和）

ORは複数の入力がすべて0のときのみ0を出力し、入力信号に1が含まれていれば出力は1になります。

$$X = A + B$$

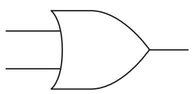

図2　ORの論理式と図記号

表2　ORの真理値表（2入力の場合）

入力A	入力B	出力X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

NOT（論理否定）

NOTは入力が0のときに1を出力し、入力が1のときに0を出力します。

$$X = \overline{A}$$

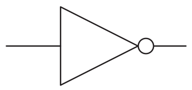

図3　NOTの論理式と図記号

表3　NOTの真理値表

入力A	出力X
0	1
1	0

XOR（排他的論理和）

論理回路の基本はAND、OR、NOTですが、これ以外にも**XOR**（eXclusive OR：**排他的論理和**）というものもあります。XORは、2つの入力が異なっている場合は1を出力し、入力信号が同じ場合は0を出力します。

$$X = A \oplus B$$

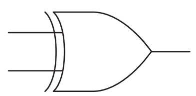

図4　XORの論理式と図記号

表4　XORの真理値表

入力A	入力B	出力X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

もちろん、このXORも、AND、OR、NOTの組み合わせで作ることはできます。しかしその場合は、図5のような複雑な回路になります。XORを使えば簡単な回路で済みます。

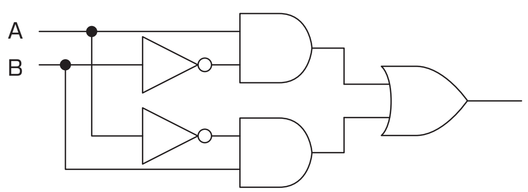

図5　AND、OR、NOTで構成したXOR回路

NANDとNORの論理の完全性

AND、OR、NOT、XORのほかに、比較的よく使われるものとして**NAND**や**NOR**があります。NANDは**否定論理積**、NORは**否定論理和**のことで、それぞれ、ANDとORの結果を否定したものになっています（図6、図7）。

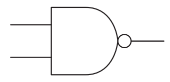

図6　NANDの図記号

表5　NANDの真理値表

入力A	入力B	出力X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

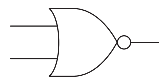

図7　NORの図記号

表6　NORの真理値表

入力A	入力B	出力X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

実は、このNAND（またはNOR）は、それだけであらゆる論理回路を構成することができます（図8～図10）。

このように、どんな論理回路でも、NAND（またはNOR）だけで構成できることを、**NAND論理の完全性**（NOR論理の完全性）と言います。

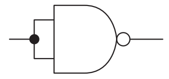

図8　NANDで構成したNOT回路

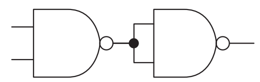

図9　NANDで構成したAND回路

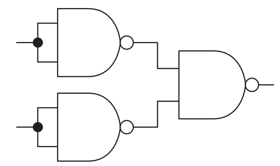

図10　NANDで構成したOR回路

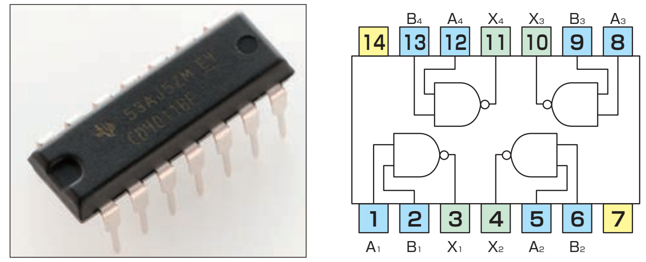

図11　NAND回路のICチップとピン配列

半加算器と全加算器

二進法1桁同士の加算は表7のようになります。

表7　二進法1桁同士の加算

A+B		桁上げC	その桁の答えS
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

このとき、その桁の答えをS、桁上げをCとすると、SとCは図12の回路で求めることができます。

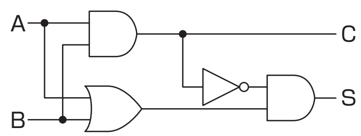

図12　半加算器（その1）

このような加算を行なう回路を半加算器と言います。

ここで表7を見てみると、入力A、Bに対して、SはXOR、CはANDになっているのがわかります。従って、図12の半加算器は、図13のように書くこともできます。

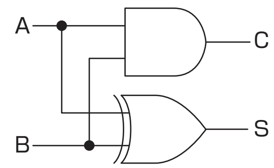

図13　半加算器（その2）

半加算器は下からの桁上げを考慮していません。下からの桁上げも考慮した加算器は、全加算器と言います。下からの桁上げ入力をXとすると、表8、図14のように表すことができます。

下1桁に半加算器、その上位桁に全加算器を接続すると、任意の桁の加算器を作ることができます（図15）。

表8　下からの桁上げを考慮した加算

A+B		下からの桁上げX	桁上げC	その桁の答えS
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

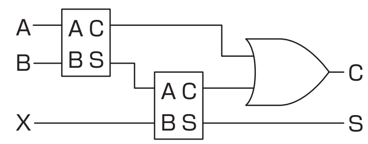

図14　全加算器

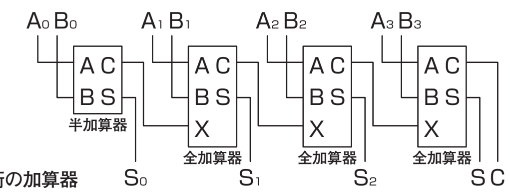

図15　二進法4桁の加算器